

De la Complejidad a la Paz

Carlos E. Puente

Otraparte, 5 de Julio de 2007

Portada. Es en verdad una gran alegría para mí el estar aquí para compartir esta charla que intenta aportar un granito de arena por la paz, especialmente en un día como hoy en el que celebramos marchas por todo el país. Deseo agradecer la oportunidad que me brinda Gustavo Restrepo y las palabras amables de mis amigos Sergio Restrepo y Darío Valencia.

Página 2. Esta charla está dedicada a la memoria de 11 y otros más, reiterando la plegaria compartida hoy: **que no haya más caos en ninguna parte...**

Página 3. La tesis del trabajo es que nosotros los humanos, con el regalo del alma, podemos aprender de avances recientes relacionados con la **complejidad** natural para hallar y sembrar la paz.

Página 4. La charla se divide en dos partes: lecciones a partir de la **turbulencia** y lecciones a partir del **caos**.

Página 5. Bueno, aquí empezamos la primera parte.

Página 6. Como lo van a notar, la charla contiene diversos **juegos** sencillos que ilustran cómo ocurre la complejidad natural. Aquí encontramos el primero de ellos.

Este es un juego de niños que puede entenderse muy fácilmente moldeando plastilina. Dibujada arriba está una barra de plastilina tal y como sale de la caja. El juego empieza cortando la barra por un factor dado, digamos el 70% a partir de la izquierda, tal y como lo muestra la línea vertical. Luego el juego sigue, apilando el pedazo más grande hacia la izquierda y alargando el segundo pedazo, también

hacia la izquierda, de modo que conformen dos piezas contiguas de igual tamaño horizontal. Claramente, la primera pieza es más alta que la barra original y la segunda pieza es más baja.

El juego continúa repitiendo el proceso en cada pedazo. Al siguiente nivel hay cuatro rectángulos, cuyas masas son el 70% del 70%, o sea el 49%, el 30% del 70% o el 21%, el 70% del 30% o el mismo 21%, y el 30% del 30% que da el 9%. Claramente, 49 más 21 más 21 más 9 da 100%, en virtud al bien conocido principio de la “conservación de la plastilina”, algo que en verdad no funciona muy bien si hay niños pequeños en casa.

El próximo nivel contiene 8 piezas y el rectángulo más masivo continúa creciendo en altura. Como la base del rectángulo es la mitad de la mitad de la mitad, o sea $1/8$, y como el área es igual a 0.7 al cubo, la altura da 1.4 al cubo, la cual es 2.74 veces más grande que la barra original.

Página 7. Se puede calcular sin mayor dificultad lo que el juego produce si se emplean particiones arbitrarias p y q . Al primer nivel del juego, debajo de la barra inicial, la cantidad de masa es precisamente p y q . Al segundo nivel se obtiene, en orden, p de p o p al cuadrado, p por q , p por q y q al cuadrado, lo cual no es nada más que la expansión familiar de p más q todo al cuadrado.

Al siguiente nivel se obtiene p más q todo al cubo pues las masas se hallan de nivel a nivel multiplicando. Como se puede notar, todo está relacionado con el **teorema del binomio** y el famoso **triángulo de Pascal** y el juego define una bien llamada **cascada multiplicativa**.

Página 8. Aquí se muestra lo que sucede cuando el juego se repite muchas veces. Obtenemos muchos rectángulos con bases muy

pequeñas y la barra original se rompe en muchas **espinas**. La escala vertical aumenta dramáticamente debido a los apilamientos sucesivos, 1.4 a la potencia 12 o 56.69 unidades a la izquierda, y ciertamente el objeto nos pincha si lo tocamos desde arriba.

Como se observa, las espinas se ordenan en capas de acuerdo al triángulo de Pascal. La espina más alta, mostrada comprimida pues de lo contrario no cabría en la página, ocurre una vez y contiene p a la 12 de la masa. El rectángulo más pequeño a la derecha, y casi invisible pues siempre decrece, ocurre también una vez y contiene q a la 12 de la masa. Existen 12 espinas grandes que contienen p a la 11 por q y también 12 espinas pequeñas (también invisibles) que contienen p por q a la 11 y hay 66 espinas que contienen p a la 10 por q al cuadrado, y así sucesivamente. Las capas se entrelazan finamente y sus densidades aumentan en la medida en que nos adentramos al triángulo de Pascal.

Ciertamente no es nada fácil el caminar este objeto, pues para visitar a alguien en el mismo nivel o estrato se requiere bajar y subir muchísimas veces, pues las espinas que pertenecen a un mismo nivel tienden a estar separadas por huecos, y esto es cierto para todo nivel.

Si el juego prosigue muchas veces más, la fragmentación adicional da lugar a espinas infinitas que carecen de cohesión al estar soportadas por el **polvo**. Por dicha razón, el objeto dado por este juego se le conoce como una medida **multifractal**.

Para apreciar plenamente la estructura vacía que existe en cada una de las capas, es pertinente introducir otro juego de niños.

Página 9. Este también se juega moldeando plastilina, pero en vez de cortar la barra original por un valor de p igual al 70%, esta vez se hace por el medio, apilando a la izquierda y a la derecha de modo que

quede un hueco de tamaño un tercio en la mitad. Como antes, este juego continúa en cada pedazo dividiendo y apilando en la misma proporción. Al final y para cada nivel se produce una multitud de rectángulos que, por construcción, nunca se tocan.

Página 10. Claramente, este juego sencillo es otra **cascada** multiplicativa que genera **espinas** de igual tamaño que ocurren sobre un **polvo** disperso e infinito.

Sucede que al variar el tamaño del hueco del segundo juego, del valor $1/3$ a un tamaño arbitrario h , éste ajusta la estructura topológica vacía de todas las capas presentes en el primer juego. Por ejemplo, mientras que las capas más densas requieren de la propagación de un hueco pequeño, aquellas más dispersas corresponden a huecos más grandes.

La moraleja es que los dos juegos, aunque aparentemente diferentes, están al final **íntimamente relacionados** el uno al otro. Ambos son cascadas divisivas y el segundo juego vive dentro del primero en cada una de sus capas.

Página 11. Para apreciar aún más los juegos y como ellos dan lugar a objetos espinosos cuyas escalas crecen al infinito, es conveniente considerar sus masas acumuladas desde su comienzo, cero, a un punto x que varía de cero a uno, y en función de x .

Las dos cascadas en la izquierda dan lugar, siguiendo la dinámica de los juegos, a los objetos mostrados a la derecha. Para el primero, se obtiene un perfil de nube que contiene una multitud de **muescas** horizontales-verticales. La más notoria sucede cuando x es igual a $1/2$ y tiene una altura de 0.7 , pues desde cero a la mitad el objeto se halla el 70% de la masa original. Luego hay una muesca en $1/4$ con altura 0.49 igual al 70% del 70% , y así sucesivamente.

Para el segundo juego se encuentran una gran cantidad de **mesetas** que corresponden a los huecos de la cascada. La más larga de $1/3$ a $2/3$ tiene una altura de $1/2$, pues la masa original se apiló a izquierda y derecha. Luego hay dos mesetas con longitudes $1/9$ y alturas $1/4$ y $3/4$, y así sucesivamente.

Página 12. Como se puede observar, los conjuntos acumulados son unos “monstruos matemáticos” que contienen muchos puntos en los que no existen **tangentes**. Mientras que el primer perfil carece de derivadas en todo punto, el segundo no las tiene en todos los extremos de las mesetas. No hay pues por dónde irse por la tangente.

Como existen muescas y mesetas por todos lados, ambos objetos son **localmente planos** y sus distancias, de arriba a abajo, son iguales a **dos** unidades, una horizontal más una vertical. Sucede que esta propiedad es **universal**. Cuando se propagan desequilibrios p o huecos h , ellos definen espinas y polvo que dan lugar a objetos acumulados que tienen **longitudes máximas** de dos unidades. Lo mismo sucede al combinar los juegos y también cuando el azar se emplea para definir una cascada más general con desequilibrios y huecos variables de nivel a nivel.

Como los perfiles serrados dados por las cascadas son localmente planos en todas partes, al caer en ellos uno creería haber llegado a tierra llana. Por esta clara decepción y por la fragmentación producida por los juegos, a dichos perfiles se les conoce adecuadamente en la física y las matemáticas como las **escaleras del diablo**.

Página 13. Ocurre que el primer juego de niños se relaciona con la forma en que sucede la **turbulencia** en la naturaleza. Cuando el **número de Reynolds**, Re , es grande, la inercia en el fluido (dada por el producto de la velocidad y una distancia característica)

subyuga la cohesión del mismo (dada por su viscosidad) y el fluido se rompe en una cadena irreversible de **remolinos**, que se dividen en más remolinos, y así sucesivamente. Ellos cargan consigo energías desiguales que corresponden precisamente a las masas de la primera cascada, con el desequilibrio p igual al 70%, y eventualmente se **disipan** en **calor** cuando la escala es suficientemente pequeña.

Notablemente y tal y como lo reportaron Meneveau y Sreenivasan en 1987, las observaciones de turbulencia completamente desarrollada a lo largo de una dimensión son consistentes con el rompimiento sucesivo de remolinos con energías dadas por la razón 70-30. Para diversos flujos, tanto naturales como en el laboratorio y que incluyen turbulencia atmosférica, capa límite, la estela de un cilindro y otros, se hallan **capas de energía** que son reordenamientos horizontales de lo producido por el primer juego de niños.

Para que se aprecie aún más la bondad del ajuste universal encontrado por dichos investigadores, debajo se muestra la relación entre las magnitudes de las capas y sus respectivas densidades. Mientras que los cuadrados denotan las observaciones de turbulencia, la parábola corresponde a la cascada matemática del 70-30 con densidades que crecen al adentrarnos al triángulo de Pascal.

Página 14. Como el aumento de entropía en la turbulencia natural ocurre **universalmente** mediante una cascada sencilla, es sensible el emplear los procesos en cascada para estudiar cómo nosotros los humanos creamos nuestra propia **turbulencia**. Después de todo, todos nosotros, de Afganistán a Zimbabwe, confrontamos “fuerzas inerciales” que rompen nuestras “cohesiones internas” y, cuando esto sucede, al cruzar el umbral del número de Reynolds se generan “comportamientos intermitentes” y turbulentos. Pues, aunque queramos negarlo, muchas veces nos equivocamos repitiendo el mismo error

una y otra vez.

Mientras que el primer juego puede ser empleado para describir vívidamente la ploriferación de desigualdades generada por nuestros instintos preferenciales y competitivos que dan lugar a un marcado cinismo en la gente, la segunda cascada puede ser usada para representar los efectos atroces de las discriminaciones y sus relacionadas desconfianzas y miedos cuando se imponen “igualdades” a la fuerza.

Note como estas ideas sencillas y sus diagramas asociados bien reflejan no solamente los sistemas políticos que han gobernado el mundo sino también nuestras propias posturas y acciones **egoístas**, pues ellas expresan tristemente: el por qué el “tercer mundo” compuesto por $2/3$ de los habitantes del mundo, es decir el 0.666... de todos, vive bajo condiciones de **pobreza**; el por qué 6,000 niños mueren al día por falta de **agua**; y el por qué vivimos desde hace mucho en una era de **violencia y terror**.

Página 15. Como la historia ha comprobado que el segundo juego no funciona en virtud a sus múltiples vacíos, es relevante preguntar, aún si esto es inapropiado para algunos, si la globalización de la primera cascada es la solución a los problemas que nos aquejan.

En este sentido, es útil recordar el triángulo de Pascal y hacer algunos cálculos. Si se toma un desequilibrio p igual a 0.7, como en la turbulencia natural, y se consideran $n = 20$ niveles de la cascada, se puede estudiar en dónde está localizada la plastilina. Así, el 5, 10, 20 y 40% de las espinas más grandes contienen, en orden, el 57, 70, 84 y 95% de la masa.

Página 16. Esto se ajusta a la distribución sesgada de riqueza del país más poderoso del mundo los **Estados Unidos**, pues en 1998 los más ricos allí tenían, para los mismos percentiles, el 59, 71, 84 y

95% de los recursos.

Ciertamente esta es una coincidencia indeseada que sin embargo provee una advertencia veraz y una clara moraleja. Si los desequilibrios continúan su propagación, las leyes de la física y el sentido común nos aseguran que las energías se disiparán y que “morderemos el polvo”. Pues la distribución de riqueza de cualquier país del mundo, para cualquier índice de Gini, se puede ajustar mediante una cascada multiplicativa que provee una escalera del diablo, aún si ella requiere el uso de particiones variables de nivel a nivel.

Página 17. A partir de estas reflexiones podemos observar que existe una **solución de sentido común**. Esta es: invierta la dirección de la cascada para **reparar** lo roto, viva a números de Reynolds bajos para evitar la **violencia** y las ansiedades del mundo moderno y, para decirlo en el lenguaje empleado por antiguos profetas,¹ “corte montañas y rellene valles” para restaurar la **unidad**.

Pues de una forma gráfica y matemática a la vez, la unidad se compone de un número infinito de espirales hacia afuera que se oponen a los espirales negativos inducidos por el diabólico poder del aire, valga la redundancia,² y que siempre viajan hacia adentro dibujando al final el 2/3 de una promesa falsa que no llega a una totalidad.³

Pues en efecto el **diablo** mismo, el príncipe del poder del aire y amo de las cascadas divisivas y turbulentas, es nuestro **enemigo universal**. Pues es él quien falsamente nos susurra al oído que la división es inevitable y que la hermandad es una utopía en este mundo en el que él es su príncipe de desorden y polvo.⁴

Página 18. A partir de estas observaciones, y empleando la simple

¹Lc 3:4-6, Is 40:4-5

²Ef 2:2, Ef 6:12, Jn 12:31, Ap 12:9

³1 Jn 3:8, Jn 8:44

⁴Gn 3:14

geometría, podemos ver por nosotros mismos que sólo existe una **única solución posible**. Ella es el no jugar juegos divisivos y más bien mantener dinámicamente la uniformidad de la barra original, es decir su **unitivo nivel cero** basado en la insuperable **potencia del cero** que da universalmente la unidad: siempre practicando el 50-50 proverbial sin excepciones, es decir sin huecos.⁵ Esta es la única condición **recta y sólida** que al no contener ni **espinas** ni **polvo** podemos caminar sin temor,⁶ es decir “el camino, la verdad y la vida” tal y como lo definió quien murió en la cruz, quien al nunca pecar siempre satisfizo la llanura esencial de la ley de Dios.⁷

Como la acumulación de la barra uniforme de plastilina resulta claramente en la **línea uno a uno** y como dicha rampa tiene una distancia mínima de $\sqrt{2}$ de arriba a abajo en virtud al teorema de Pitágoras, podemos observar el por qué la **hipotenusa** del triángulo mostrado, al reflejar el **amor “radical”** siempre unitivo, es el camino de la **paz**. Pues el mantenimiento de la verdadera **unidad** viaja seguro y siempre con pendiente **uno** (“uno siempre pendiente”) mientras que los juegos diabólicos **divisivos** producen escaleras del diablo rugosas que son eventualmente tan largas como los **catetos** del mismo triángulo.

La moraleja es que la más sencilla ecuación $X = Y$ representa y provee la **raíz del amor**. Este es, claro está y nuevamente, **Jesús** nuestro salvador, bellamente simbolizado por la geometría de la cruz y su postura final en ella. Pues como se aprecia mediante el certero tobogán recto que lleva al **Origen**, nadie puede llegar al **Padre** sino por allí, por él,⁸ pues es imposible deslizarse por una escalera

⁵Jn 13:35, Mt 5:44

⁶Jn 4:18

⁷Jn 14:6, Is 40:5, Mt 5:17

⁸Jn 14:6

del diablo.

Página 19. Para enfatizar aún más la unicidad del verdadero **equilibrio**, aquí se observa al **punto improbable** en medio de un mar de posibilidades que expresan todas las cascadas que combinan desequilibrios p y huecos h .⁹ Como existen escaleras del diablo en todas partes, notamos que es un acto de **hipocresía** el juzgar a los demás si no estamos en el **punto** del balance, en donde por obediencia no juzgamos.¹⁰ Y también notamos que es en efecto cierto el que sea más fácil para un camello el pasar por el ojo de una aguja (suficientemente grande claro) que el hallar el punto esencial que no debemos perdernos.¹¹

Al final, y a pesar de las dificultades, existe un fiel algoritmo para llegar al punto. Si la cascada se ha adelantado por un número **finito** de niveles, se halla no un plano de altura 2 unidades sino una superficie convexa hacia arriba. Así el **balance** puede alcanzarse “fácilmente” reconociendo la **gravedad** de nuestras culpas y aceptando el incomparable sacramento de la reconciliación.¹² Pues existe una marcada diferencia entre $\sqrt{2}$ y 2, como la hay entre el este y el oeste,¹³ y tal y como existe entre el espiral divisivo, egoísta y negativo del número **6** y el amoroso, unitivo y siempre positivo del número **9**, como hubo oscuridad cuando **él** murió por nosotros y fue coronado con nuestras múltiples **espinas**.¹⁴

Página 20. Como lo pueden notar, estas ideas nos recuerdan nuestras opciones personales y colectivas: el equilibrio o la turbulencia; la calma o la violencia; la rectitud o la maldad; la reconciliación o la sep-

⁹Mt 19:24

¹⁰Mt 7:4-5, Mt 7:1

¹¹Mc 10:25

¹²1 Jn 1:9, Mt 6:9-15, Mt 11:28-30

¹³Sal 103:12

¹⁴Mc 15:33-37, Mc 15:17

aración; la integración y su símbolo la letra ese esbelta o la división y su símbolo que la niega pues “el amor del dinero es la raíz de todos los males”;¹⁵ la unidad y sus espirales positivos y amorosos hacia afuera que simbolizan las tres veces que el apóstol **Pedro** acogió a Jesús luego de la resurrección¹⁶ o el polvo y su mentirosa fracción diabólica, claro está,¹⁷ llena de espirales negativos y egoístas que también simbolizan las tres negaciones de **Pedro** y las nuestras antes que el gallo cantara dos veces;¹⁸ la completez o el vacío; y la vida o la disipación, que es la muerte.

Página 21. Para resumir esta primera parte, deseo compartir una poesía-canción. Se llama **Caminos**:

El uno es el más largo
y el otro es en rectitud,
uno lleva a lo amargo
y el corto a la plenitud.

El recto lo une todo
y en el otro hay división,
el uno es humilde gozo
y en el largo perdición.

El largo es agitado
y el otro es serenidad,
uno está lleno de espinas
y el corto regala paz.

El recto es carga liviana
y el otro genera sed,
el uno es planicie santa

¹⁵1 Tm 6:10

¹⁶Jn 21:15-17

¹⁷Ap 13:18

¹⁸Mc 14:66-72

y el largo torcido y cruel.

El largo es egoísta
y el otro con buen amor,
uno trae mala suerte
y el corto sana el dolor.

Página 22. La segunda parte de esta charla comprende algunas lecciones a partir del **caos**, una teoría moderna y célebre que, como verán, provee simbolismos adicionales certeros y conexiones profundas e inesperadas.

Página 23. Para resumir el asunto del caos es conveniente empezar con la ecuación **no-lineal** prototípica $X_{k+1} = \alpha X_k \cdot (1 - X_k)$, la cual define la **parábola logística** aquí mostrada.

Dicha ecuación describe la evolución (normalizada entre 0 y 1) de una población, digamos de “conejos”, en función del tiempo. Cuando hay pocos conejos, la curva nos dice que existe una tendencia alcista de una generación a la siguiente, pero si hay muchos conejos la tendencia es a la baja, pues los recursos limitados impiden un mayor crecimiento.

Como se observa, si el número de conejos es igual a su máximo posible, la población se extingue en la próxima generación.

Aquí se muestra la evolución de una población regida por dicha expresión, cuando el valor del parámetro alfa, que puede ser cualquier número entre 0 y 4, es igual a 2.8. Como se nota, de un valor inicial X_0 , y siguiendo las líneas verticales y horizontales hasta la misma **hipotenusa** $X = Y$, se llega, luego de diversas reiteraciones, a un único punto fijo X_∞ , que corresponde a la intersección no nula de la recta con la parábola.

Como seguramente lo saben, X_∞ depende exquisitamente de alfa, tal y como sigue.

Página 24. Cuando la parábola está debajo de la recta uno a uno, es decir cuando alfa es menor que 1, como en el caso de arriba a la izquierda, X_∞ es **cero**. Esto sucede pues la **pendiente** de la parábola en el **origen** es menor que la de la recta. Cuando la parábola pasa el umbral, ya no se llega al origen en ningún caso pues éste **repele**.

Por ejemplo, cuando alfa está entre 1 y 3, como en el caso de arriba a la derecha, la dinámica converge a la intersección mostrada en la página anterior. Y si alfa aumenta más allá de 3, se hallan **oscilaciones**, primero de dos en dos y luego de cuatro en cuatro, en una cadena de **bifurcaciones**, tal y como se muestra debajo.

Página 25. Todas las bifurcaciones ocurren rápidamente, **en potencias de 2**, al aumentar alfa hasta un valor α_∞ , en el cual ocurre un atrayente multifractal, similar al encontrado en la turbulencia atmosférica, lleno de espinas y polvo, tal y como se mostrará más adelante. Cuando alfa excede α_∞ , se encuentran a veces repeticiones **periódicas** y, más comúnmente, comportamientos no repetitivos y sujetos a variaciones extremas a las condiciones iniciales, los bien llamados **atrayerentes extraños** aperiódicos que describen el vagar para siempre del, así definido, comportamiento **caótico**.

Página 26. Al final, el famoso **diagrama de las bifurcaciones**, y en forma de **árbol** si lo rotamos 90 grados, resume el increíble comportamiento de la sencilla parábola logística. Como puede verse, el variar alfa tiene en efecto profundas implicaciones. Asombrosamente, el diagrama contiene comportamientos periódicos que abarcan a **todos** los números naturales, algo difícil de prever sin los adelantos

tecnológicos de la computación moderna.

Página 27. Aquí se observa en más detalle la cola del diagrama. Como se ve, a partir de α_∞ son muy comunes los atrayentes extraños dibujados con muchos puntitos en líneas rectas verticales, que, al ser aperiódicos, terminan siendo **polvorientos** como en los juegos de niños. También resulta que en todas las bandas periódicas, en los “**brotos**” **del árbol**, como en el notorio de la mitad y correspondiente al período 3, se hallan copias reducidas del mismo árbol, reflejando así la exquisita fragmentación del objeto que luce igual o **auto-similar** a diversas escalas.

Página 28. El diagrama de las bifurcaciones contiene en efecto una **multitud de espinas**, que corresponden a diversas medidas **multifractales** en el árbol caótico. La primera ocurre en el valor de alfa igual a α_∞ , que, tal y como se observa, combina desequilibrios y huecos. También las hay en todos los puntos de acumulación de brotes correspondientes a los infinitos períodos encontrados en la cola del diagrama.

Página 29. Como seguramente algunos saben, el árbol de las bifurcaciones también se conoce como el **árbol de Feigenbaum**, “**la higuera**”, en honor a Mitchell Feigenbaum, quien demostró por primera vez algunas propiedades universales del objeto.

Sucede que las bifurcaciones ocurren de una forma **ordenada** tanto en las **aperturas** sucesivas de las mismas como en sus **duraciones**. Como se observa en el diagrama, las bifurcaciones cruzan la línea \bar{X} (igual a $1/2$ para la parábola logística) de una manera alternada y las aperturas decrecen de modo que el cociente de bifurcación en bifurcación tiende al número F_1 , la primera constante de Feigenbaum. Similarmente, la duración de las bifurcaciones decrece rápidamente

y su cociente de una bifurcación a la siguiente tiende al número F_2 , la segunda constante de Feigenbaum.

Estas aseveraciones muestran que existe un **orden** en el camino que lleva hacia el caos, mas no implican, como a veces se afirma erróneamente, que el caos mismo sea ordenado.

Página 30. Los números de Feigenbaum son en efecto **universales** pues ellos son válidos para una infinidad de ecuaciones que dan lugar a otros **árboles caóticos**. El iterar funciones con un sólo pico como las aquí ilustradas a la izquierda y a la derecha, y correspondientes a las ecuaciones mostradas, siempre dan lugar, al aumentar el parámetro alfa, a una **recta raíz**, una **“rama tierna”**, **ramas de bifurcaciones**, y, de una manera entrelazada, **ramas periódicas** y el **follaje polvoriento del caos**, que por ende corresponde a las “hojas de la higuera”. En todos los casos, las aperturas y duraciones de las bifurcaciones ocurren precisamente a las velocidades dadas por F_1 y F_2 .

La teoría del caos resulta ser relevante en diversas áreas del saber que incluyen la ecología, la química, la física y la economía, entre otras. Dentro de los resultados pertinentes vale la pena resaltar el descubrimiento de Albert Libchaber y Jens Maurer en 1978 con respecto al helio líquido, pues el camino a la turbulencia en la dinámica de la **convección** de dicho fluido corresponde a las ideas aquí esbozadas, cuando alfa denota precisamente el **calor** agregado al helio.

Página 31. Ya para terminar esta lección, es pertinente estudiar con atención algunos detalles sutiles que suceden en la **plenitud del caos**. Cuando el calor es máximo, es decir cuando alfa es igual a 4, pareciera que toda dinámica vagara por un atrayente extraño y polvoriento que abarca todo el intervalo $[0, 1]$, tal y como lo parece

implicar la parábola mostrada que incluye una señal que viaja por todos lados sin aparente repetición.

Pero esto no es cierto. Dependiendo del valor inicial X_0 , también existen casos que dan lugar a **oscilaciones** para siempre y para cualquier período, tal y como se ilustra en el diagrama adjunto para un ejemplo con período 3. Esta figura muestra el valor de X_k en función de la generación k e incluye no sólo los tres valores eventualmente repetidos, sino también las pre-imágenes sucesivas de todos los caminos, trece generaciones atrás, que terminan en el más alto de los tres puntos.

Página 32. Todo esto es relevante pues también existen valores iniciales X_0 que terminan **escapando** las consecuencias funestas del caos, pues regresan dinámica y vitalmente a la **raíz del árbol**. Estas son las **pre-imágenes del cero** que hallan su rumbo a pesar del calor más implacable y que, al arribar al **punto medio**, pasan por el **uno** para finalmente descansar en el **origen**.

Observe cómo estas observaciones nos recuerdan la parábola de la **cizaña**, pues el buen **trigo** en las pre-imágenes del cero está increíblemente rodeado por comportamientos indeseados que lamentablemente terminan en el fuego.¹⁹ Note cómo las ideas también nos recuerdan a los tres exaltados amigos del profeta **Daniel** danzando en el calor más grande y sin consecuencias y la propia protección del profeta en el foso de los leones,²⁰ pues como lo asevera el salmista y lo podemos ver geométricamente “aunque a tu lado caigan mil y diez mil a tu diestra, a ti no ha de alcanzarte”.²¹

Página 33. Las nociones aquí expuestas también sugieren refle-

¹⁹Mt 13:24-30

²⁰Dn 3:1-92, Dn 6:2-24

²¹Sal 91:7

xiones de **sentido común**. Sin lugar a dudas, es mejor evitar el **caos** y su **turbulencia** verdaderamente **infern**al, pues perderse el **punto**, aún si fuera por un valor pequeñísimo “epsilon”, tiene, con toda probabilidad, consecuencias trágicas. Pues el famoso “**efecto mariposa**” que expresa la increíble variabilidad de la dinámica caótica no nos brinda buenas opciones, pues siempre nos deja irremediabilmente atrapados en un atrayente extraño, vacío y sin descanso.²²

Así pues, el consejo (aunque parezcan tres) y no precisamente en relación a nuestros “conejos” es: primero, bájese del árbol caótico tal y como lo hizo **Zaqueo**, un chiquitín famoso, quien al enmendar sus errores disminuyó su **calor** intrínscico para hallar la **raíz** y aceptar así la salvación de Dios para él y su familia,²³ la misma raíz simbólica en donde fue visto por **Jesús** el futuro apóstol **Natanael**, es decir “bajo la higuera”;²⁴ segundo, abandónese al umbral elegido, $X = Y$,²⁵ a **Jesús** mismo quien es **la puerta y la entrada estrecha** (¡y cuán estrecha!),²⁶ para arribar al amor del **Padre** en el estado manso $X_{\infty} = 0$ del **Origen**,²⁷ y tercero, rehúya las **no-linealidades** cuando alfa es mayor que 1, de modo que al no amplificar desproporcionadamente, pueda escapar del **polvo** que es la **muerte**.²⁸

Estas ideas representan bellas conexiones certeras entre la ciencia del caos y la fe cristiana, acaso inesperadas por sus símbolos geométricos y por sus conceptos universales. Pero hay aún más, tal y como intento

²²Jb 40:12-13, Mi 7:17, Os 8:7

²³Lc 19:1-10, Mt 18:3-4

²⁴Jn 1:45-51

²⁵Mc 8:34-35, Lc 9:23-26

²⁶Jn 10:9-11, Mt 7:13-14

²⁷Mt 11:28-30

²⁸Rm 5:12

expresarlo a continuación.

Página 34. ¿Será posible que el **árbol científico de la higuera** tiene un valor **profético**? ¿Será posible que por medio de la ciencia moderna se nos esté regalando una misericordiosa pista que ilumina la palabra antigua?

Como quizás recuerdan, Jesús **maldijo** una **higuera** alegórica y carente de fruto la cual se secó en consecuencia hasta la raíz.²⁹ La higuera caótica, aquí mostrada, resulta no tener fruto visible, contiene hojas de polvo que bien recuerdan las simbólicas hojas de higuera que usaron nuestros primeros padres para cubrirse,³⁰ y está consistentemente **maldecida** arriba de la raíz por la desobediencia inherente de cruzar el umbral $X = Y$.³¹

Como lo pueden ver por sí mismos, esta higuera (y **los demás árboles** caóticos antes mostrados) tienen una rama o ramas tiernas y contienen literalmente una gran multitud de brotes en sus bandas periódicas. Como el follaje de las árboles simboliza la forma en que nos alejamos progresivamente de la raíz del bien y como arriba los árboles también contienen multitudes de espinas igualmente simbólicas,³² es normal preguntarse si estas ideas son un preámbulo de un verano cercano, tal y como lo expresó Jesús en su discurso **escatológico**.³³

Pues en el diagrama también se puede apreciar el por qué el hacha se halla puesta a la **raíz** de los árboles, tal y como lo expresó **Juan Baustista**,³⁴ y el por qué Jesús le dijo a sus discípulos anonadados

²⁹Mt 21:18-22, Mc 11:12-23, Lc 13:6-9

³⁰Gn 3:7

³¹Dt 30:15-20, Sal 37:22

³²Mt 13:22

³³Mt 24:32-35, Mc 13:28-31, Lc 21:29-33

³⁴Mt 3:10

que podían maldecir también la higuera,³⁵ sin duda de la misma manera en que él increpó al viento,³⁶ pues en ambos casos sus acciones reflejan su triunfo sobre el **maligno** y sus obras.³⁷

Página 35. Aunque por definición las nociones aquí expuestas y otras señales antiguas no permiten fijar fechas exactas,³⁸ ellas si nos sirven para esbozar **más opciones** de vida que realzan la bondad de estar preparados y vigilantes para el eventual retorno triunfal de **Cristo**.³⁹

Dichas opciones son: lo simple o lo complejo; el orden o el desorden; la paz o el caos; el disminuir tal y como lo hizo **Juan Bautista** cuando supo de él o el aumentar creyéndonos más que él;⁴⁰ la obediencia o la rebeldía; el estar debajo del umbral $X = Y$ o encima de él; el recibir en consecuencia bendiciones o maldiciones; el descansar eternamente en el cielo o el vagar dolorosamente en el infierno.

Página 36. Para resumir esta lección, deseo compartir con ustedes un fragmento de otra poesía-canción. Esta se llama **Una higuera moderna**:

En la ciencia moderna
hay un árbol católico,
con raíz sempiterna
y un follaje caótico.

Este icono describe
la demencia del meollo,
y poderoso define

³⁵Mt 21:21

³⁶Mc 4:39-41

³⁷Mc 16:17-18

³⁸Mt 24:36, Hch 1:6-7

³⁹Mc 13:32-37

⁴⁰Jn 3:30

la salida del embrollo.

Oye amigo comprende
fiel aviso de la higuera:
si te crees muy valiente
vas a llorar tu ceguera.

Oye bien santo consejo
el prepararse es prudente:
es vital andar despierto
para burlar a la muerte.

Página 37. Ahora para concluir, lo que espero haya terminado siendo un buen día, los invito a cantar esta rima titulada $X = Y$:

$X = Y$

es justicia que ilumina,
es balanza que fascina:

$X = Y$.

$X = Y$

es la conciencia encarnada,
es la paciencia sangrada:

$X = Y$.

$X = Y$

es palabra que perdura,
es espiral de ventura:

$X = Y$.

$X = Y$

es la preciosa morada,
es la planicie anhelada:

$X = Y$.

$$\mathbf{X = Y}$$

es hermandad que valora,
es colibrí con aurora:

$$\mathbf{X = Y.}$$

$$\mathbf{X = Y}$$

es corta raíz divina,
es geometría sin espina:

$$\mathbf{X = Y.}$$

$$\mathbf{X = Y}$$

es futuro que perdona,
es la ciencia con corona:

$$\mathbf{X = Y.}$$

$$\mathbf{X = Y}$$

es tonada siempre tierna,
es la oración eterna:

$$\mathbf{X = Y.}$$

$$\mathbf{X = Y}$$

es inocencia que besa,
es un jardín sin maleza:

$$\mathbf{X = Y.}$$

$$\mathbf{X = Y}$$

es el diseño sencillo,
es majestuoso estribillo:

$$\mathbf{X = Y.}$$

$$\mathbf{X = Y}$$

es amistad que da cura,
es libertad con cordura:

$$\mathbf{X = Y.}$$

$$\mathbf{X = Y}$$

es el abrazo sincero,
es la potencia del cero:

$$\mathbf{X = Y.}$$

$$\mathbf{X = Y}$$

es unidad que edifica,
es torsión que santifica:

$$\mathbf{X = Y.}$$

$$\mathbf{X = Y}$$

es el corazón sagrado,
es el más enamorado:

$$\mathbf{X = Y.}$$

$$\mathbf{X = Y}$$

es inspiración que llama,
es confianza de quien ama:

$$\mathbf{X = Y.}$$

$$\mathbf{X = Y}$$

es bondad apasionada,
es sabiduría soñada:

$$\mathbf{X = Y.}$$

$$\mathbf{X = Y}$$

es revelación que anida,
es renunciación querida:

$$\mathbf{X = Y.}$$

$$\mathbf{X = Y}$$

es la carencia del polvo,
es la línea del retorno:

$$\mathbf{X = Y.}$$

$$\mathbf{X = Y}$$

es el regalo que invierte,
es la vida sin la muerte:

$$\mathbf{X = Y.}$$

$$\mathbf{X = Y}$$

es vivencia sin el miedo,
es matrimonio de lleno:

$$\mathbf{X = Y.}$$

$$\mathbf{X = Y}$$

es ya lo pleno, te digo,
es amar al enemigo:

$$\mathbf{X = Y.}$$

Para mayor información, por favor visite en la red informática:

<http://puente.lawr.ucdavis.edu/>

y en particular las páginas:

<http://puente.lawr.ucdavis.edu/paz.htm>,

<http://puente.lawr.ucdavis.edu/canciones.htm>, y

http://puente.lawr.ucdavis.edu/ensenanza_ccc.htm