

Estudio de la geometría de la lluvia en California para examinar efectos de cambio climático

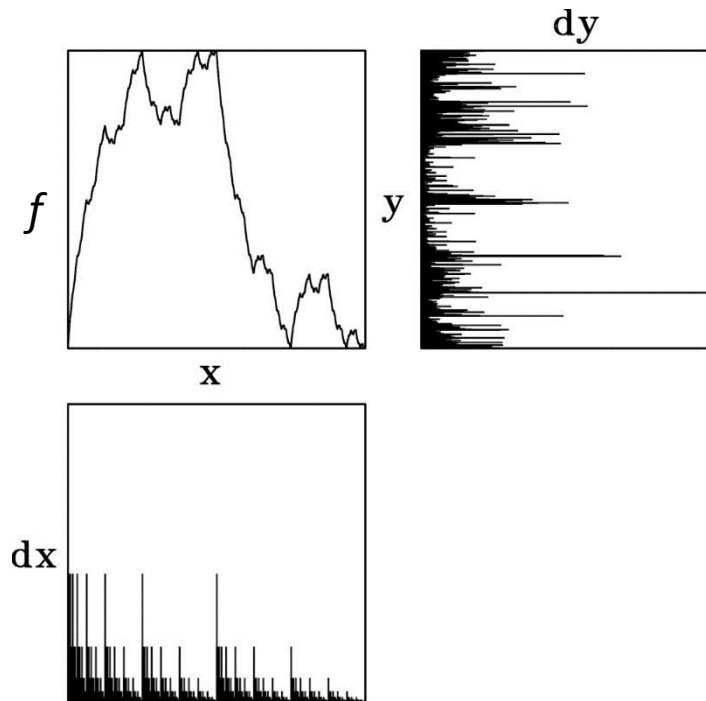
C. E. Puente, M. L. Maskey & B. Sivakumar

Universidad de California, Davis

XXVIII Congreso Latinoamericano de Hidráulica
Buenos Aires, septiembre de 2018

El modelo geométrico fractal-multifractal

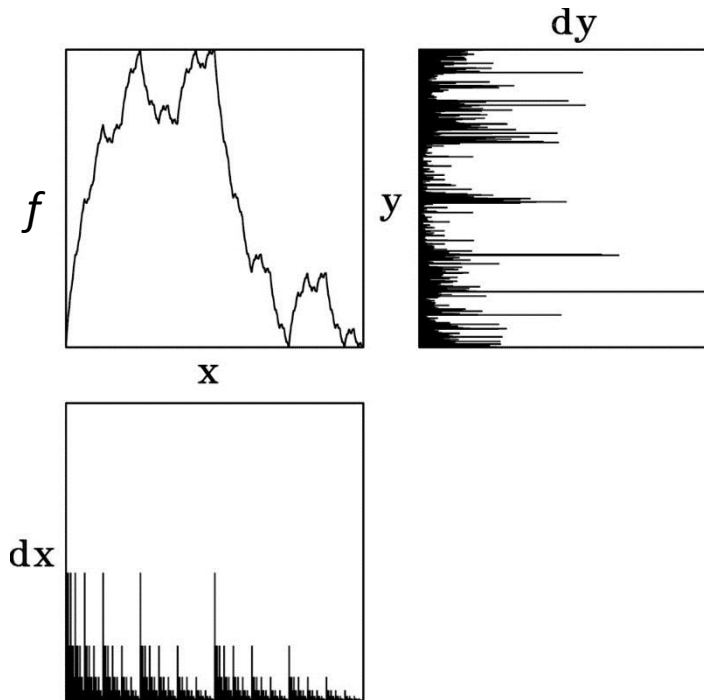
(Puente, 1992, 1994)



la **iteración** de mapas sencillos genera una función **fractal** f
e induce una única medida –una textura– sobre f
dicha textura vista desde los dos ejes produce los objetos dx y dy

El modelo geométrico fractal-multifractal

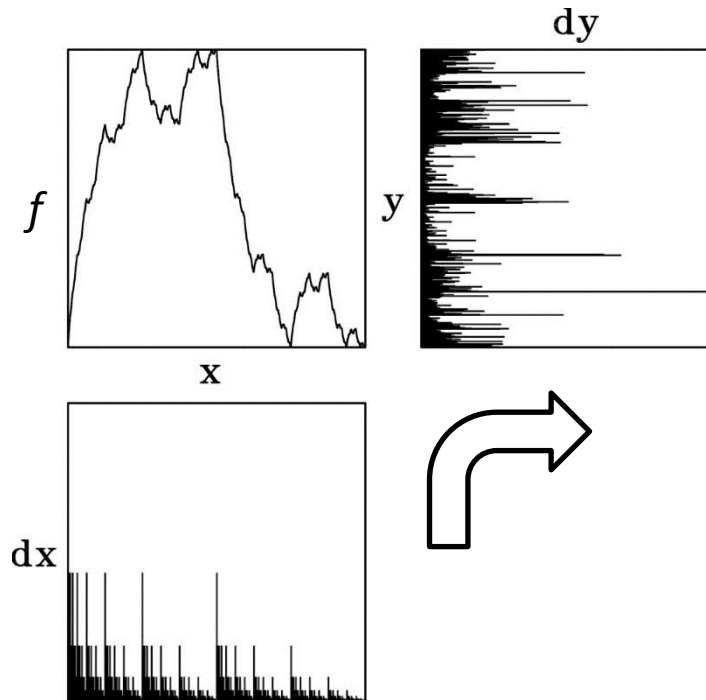
(Puente, 1992, 1994)



la **iteración** de mapas sencillos genera una función **fractal** f
e induce una única medida –una textura– sobre f
dicha textura vista desde los dos ejes produce los objetos dx y dy
 dx es una distribución **multifractal** como en la **turbulencia**

El modelo geométrico fractal-multifractal

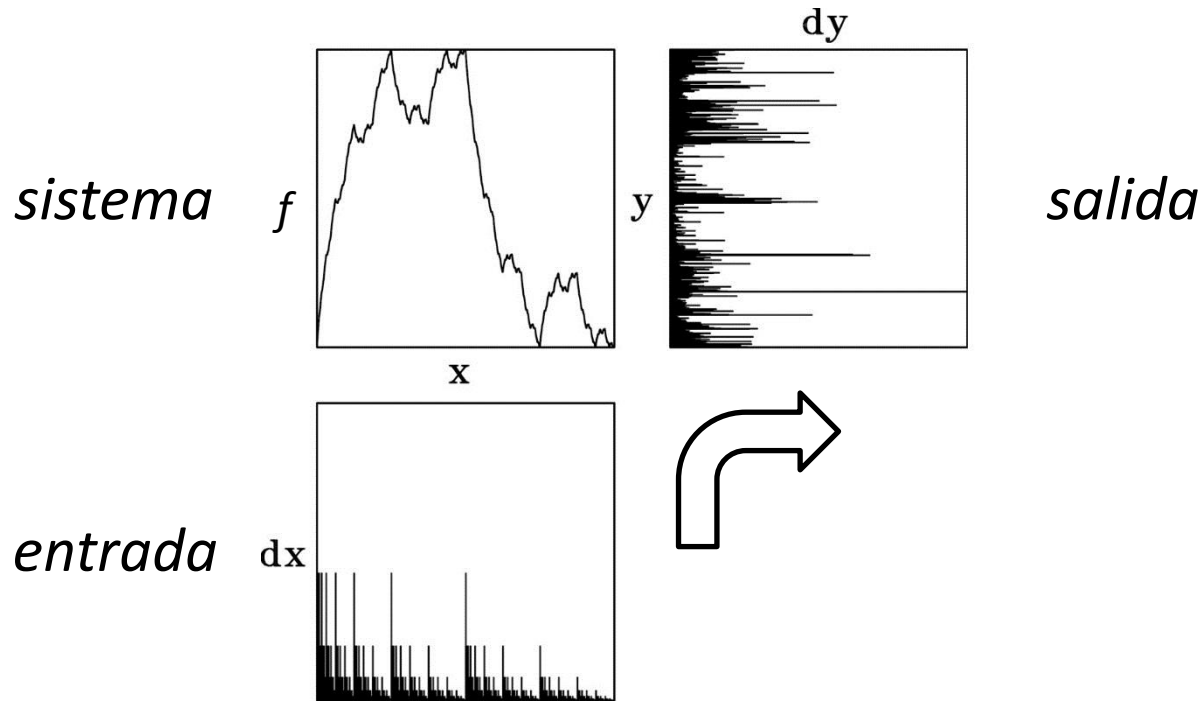
(Puente, 1992, 1994)



dx “*ilumina*” la función f , dy es la “*sombra*” Platónica que el fractal produce

El modelo geométrico fractal-multifractal

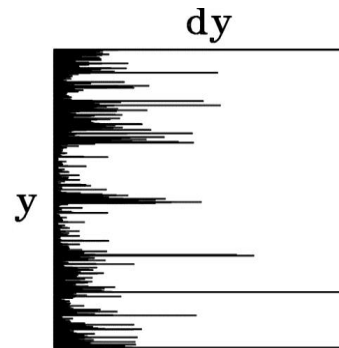
(Puente, 1992, 1994)



dx “*ilumina*” la función f , dy es la “*sombra*” Platónica que el fractal produce
 dy es una **transformación** de la **turbulencia**: la “*salida*” del “*sistema*”

El modelo geométrico fractal-multifractal

(Puente, 1992, 1994)



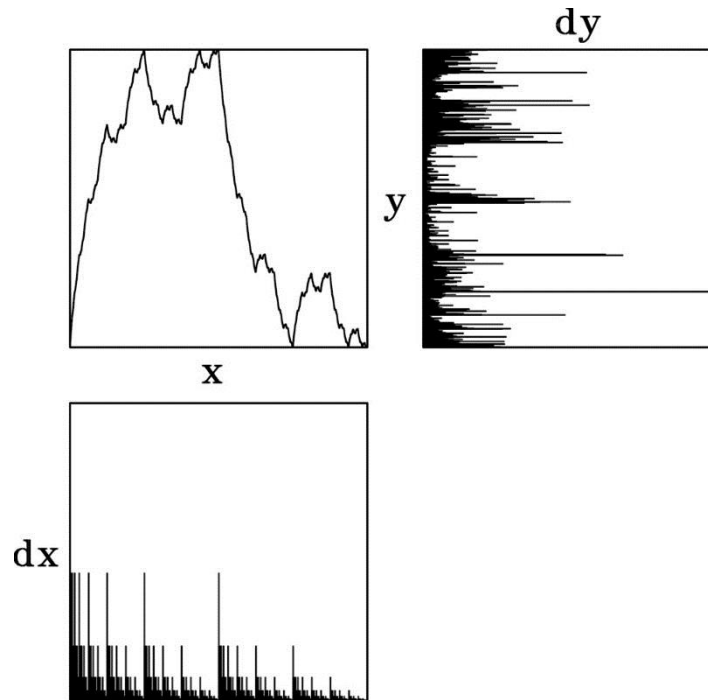
dx “*ilumina*” la función f , dy es la “*sombra*” Platónica que el fractal produce

dy es una **transformación** de la **turbulencia**: la “*salida*” del “*sistema*”

dy parece ser **aleatoria**, pero es **determinista** y requiere “*pocos*” parámetros

El modelo geométrico fractal-multifractal

(Puente, 1992, 1994)



dx “*ilumina*” la función f , dy es la “*sombra*” Platónica que el fractal produce

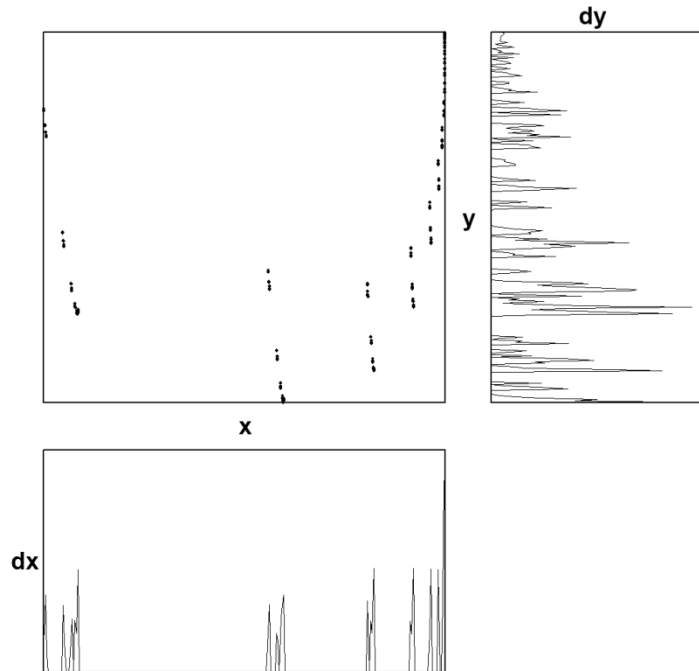
dy es una **transformación** de la **turbulencia**: la “*salida*” del “*sistema*”

dy parece ser **aleatoria**, pero es **determinista** y requiere “*pocos*” parámetros

las ideas permiten modelar datos de **lluvia** y más...

Una extensión Cantoriana

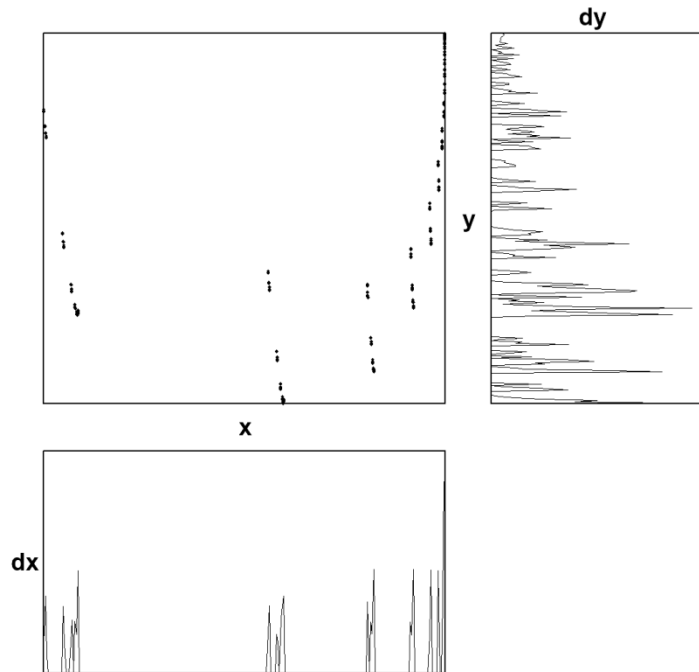
(Puente, 2004; Huang et al., 2013)



los mapas a iterar definen **huecos** sobre x y generan atrayentes **Cantorianos** cuyas “**sombras**” exóticas dy contienen **ceros**, como en la **lluvia**

Una extensión Cantoriana

(Puente, 2004; Huang et al., 2013)



los mapas a iterar definen **huecos** sobre x y generan atrayentes **Cantorianos**
cuyas “**sombras**” exóticas dy contienen **ceros**, como en la **lluvia**
datos reales se pueden modelar como distribuciones **normalizadas**

Cálculos del modelo platónico FM

(Barnsley, 1988; Maskey et al., 2015; Puente et al., 2018)

- usando $N = 2$ mapas del plano al plano:

$$w_n \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n & 0 \\ c_n & d_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_n \\ f_n \end{pmatrix} \quad n = 1, 2$$

sujetos a:

$$w_n \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{2n-2} \\ y_{2n-2} \end{pmatrix}; w_n \begin{pmatrix} x_{2N-1} \\ y_{2N-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{2n-1} \\ y_{2n-1} \end{pmatrix}$$

Cálculos del modelo platónico FM

(Barnsley, 1988; Maskey et al., 2015; Puente et al., 2018)

- usando $N = 2$ mapas del plano al plano:

$$w_n \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n & 0 \\ c_n & d_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_n \\ f_n \end{pmatrix} \quad n = 1, 2$$

sujetos a:

$$w_n \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{2n-2} \\ y_{2n-2} \end{pmatrix}; w_n \begin{pmatrix} x_{2N-1} \\ y_{2N-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{2n-1} \\ y_{2n-1} \end{pmatrix}$$

- parámetros FM: $(0,0)$, (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , $(1, y_3)$, d_1, d_2, p

Cálculos del modelo platónico FM

(Barnsley, 1988; Maskey et al., 2015; Puente et al., 2018)

- usando $N = 2$ mapas del plano al plano:

$$w_n \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n & 0 \\ c_n & d_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_n \\ f_n \end{pmatrix} \quad n = 1, 2$$

sujetos a:

$$w_n \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{2n-2} \\ y_{2n-2} \end{pmatrix}; w_n \begin{pmatrix} x_{2N-1} \\ y_{2N-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{2n-1} \\ y_{2n-1} \end{pmatrix}$$

- parámetros FM: $(0,0)$, (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , $(1, y_3)$, d_1, d_2, p
- parámetro adicional: ϕ_v , umbral de “*rastros*”, para un total de **9**

Cálculos del modelo platónico FM

(Barnsley, 1988; Maskey et al., 2015; Puente et al., 2018)

- usando $N = 2$ mapas del plano al plano:

$$w_n \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n & 0 \\ c_n & d_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_n \\ f_n \end{pmatrix} \quad n = 1, 2$$

sujetos a:

$$w_n \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{2n-2} \\ y_{2n-2} \end{pmatrix}; w_n \begin{pmatrix} x_{2N-1} \\ y_{2N-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{2n-1} \\ y_{2n-1} \end{pmatrix}$$

- parámetros FM: $(0,0)$, (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , $(1, y_3)$, d_1, d_2, p
- parámetro adicional: ϕ_v , umbral de “*rastros*”, para un total de **9**
- problema inverso mediante un “**particle swarm**” minimizando el error cuadrático medio de la **lluvia acumulada**, RMSEAR

Cálculos del modelo platónico FM

(Barnsley, 1988; Maskey et al., 2015; Puente et al., 2018)

- usando $N = 2$ mapas del plano al plano:

$$w_n \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n & 0 \\ c_n & d_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_n \\ f_n \end{pmatrix} \quad n = 1, 2$$

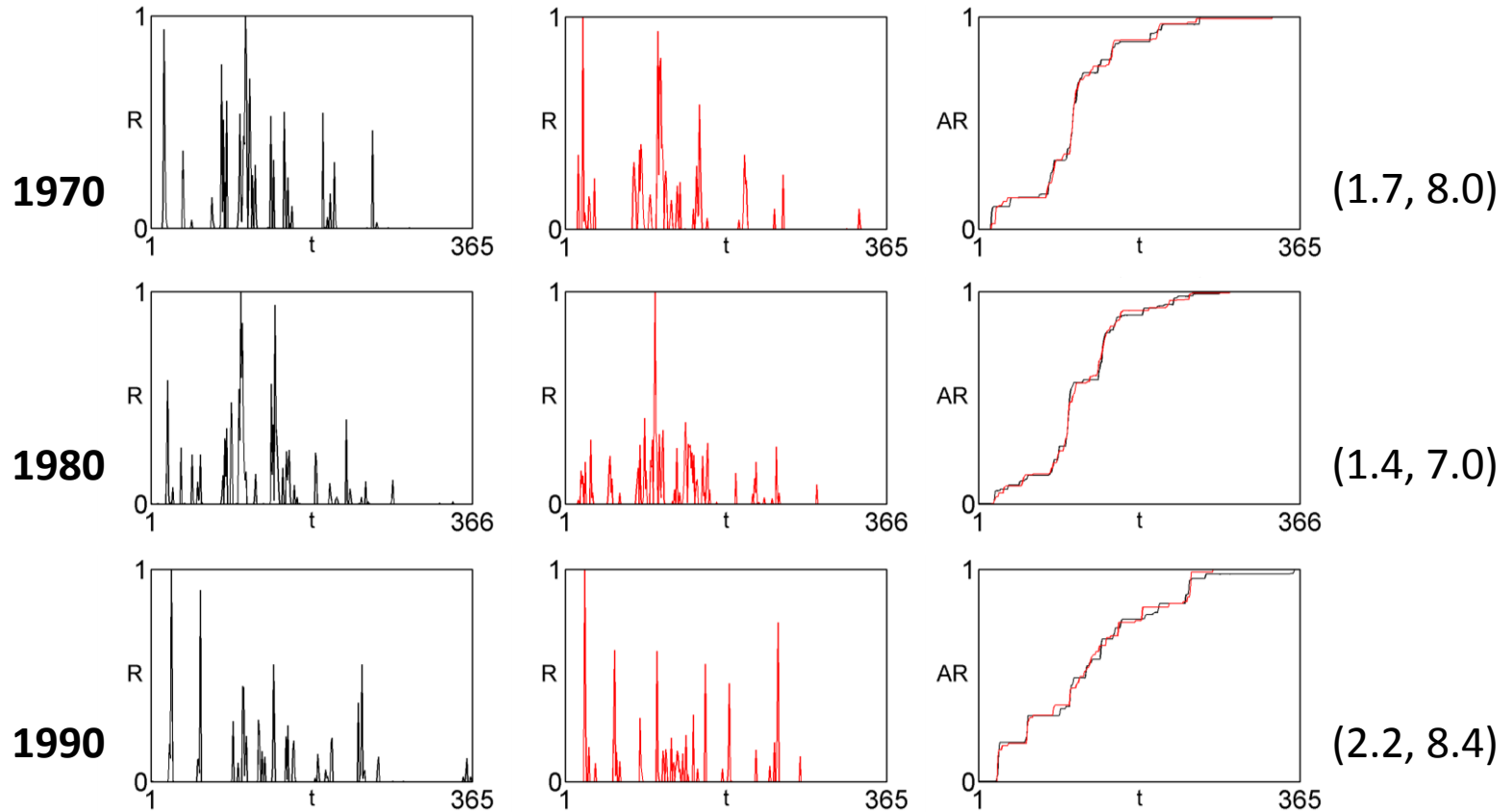
sujetos a:

$$w_n \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{2n-2} \\ y_{2n-2} \end{pmatrix}; w_n \begin{pmatrix} x_{2N-1} \\ y_{2N-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{2n-1} \\ y_{2n-1} \end{pmatrix}$$

- parámetros FM: $(0,0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), (1, y_3), d_1, d_2, p$
- parámetro adicional: ϕ_v , umbral de “*rastros*”, para un total de **9**
- problema inverso mediante un “**particle swarm**” minimizando el error cuadrático medio de la **lluvia acumulada**, RMSEAR
- datos diarios en California, de sur a norte, a partir de octubre 1:
Cherry Valley, Merced, Sacramento y Shasta Dam

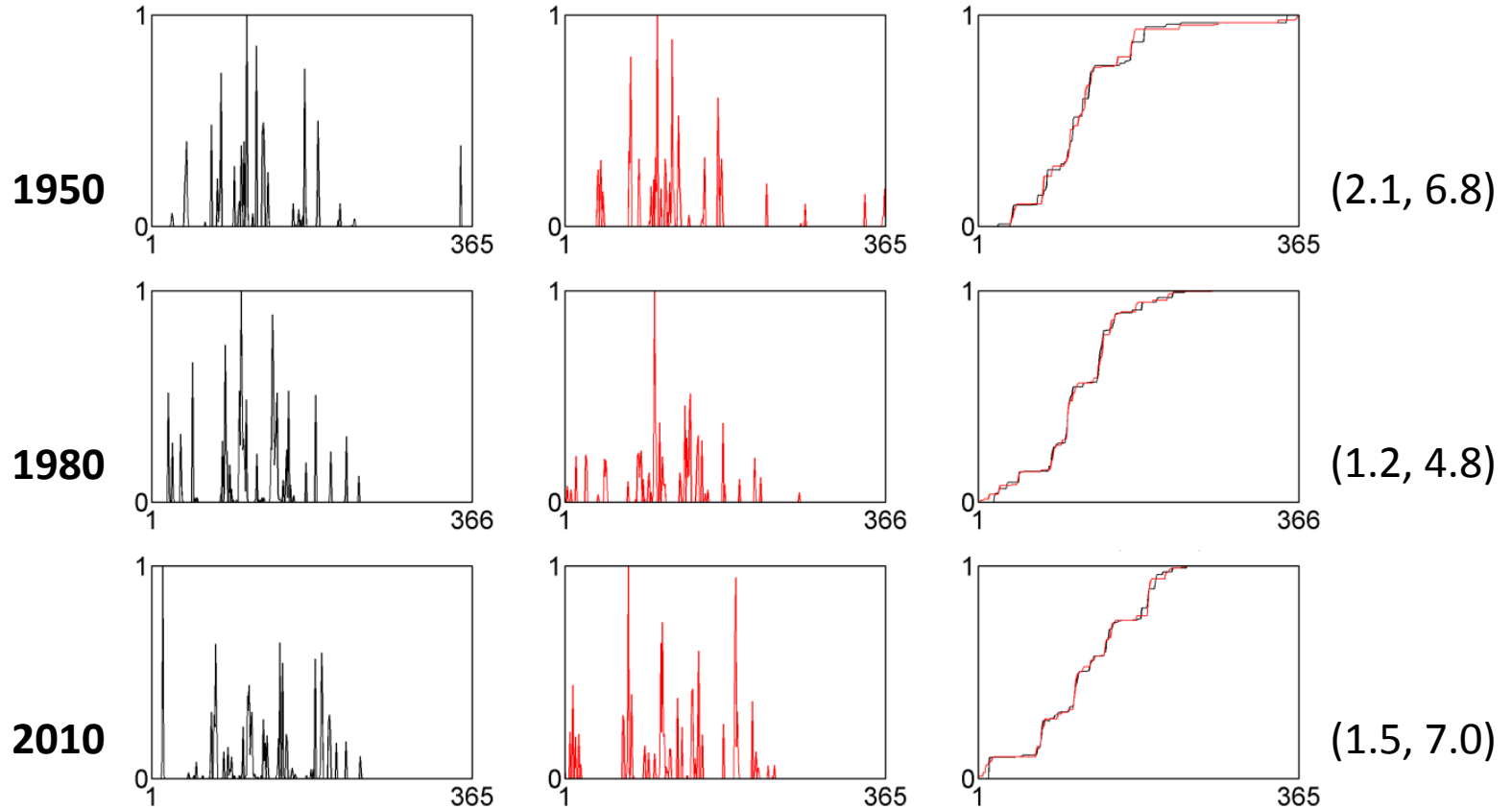
Lluvia en Cherry Valley

(datos, modelo FM, acumuladas; RMSEAR, MAXEAR en %)



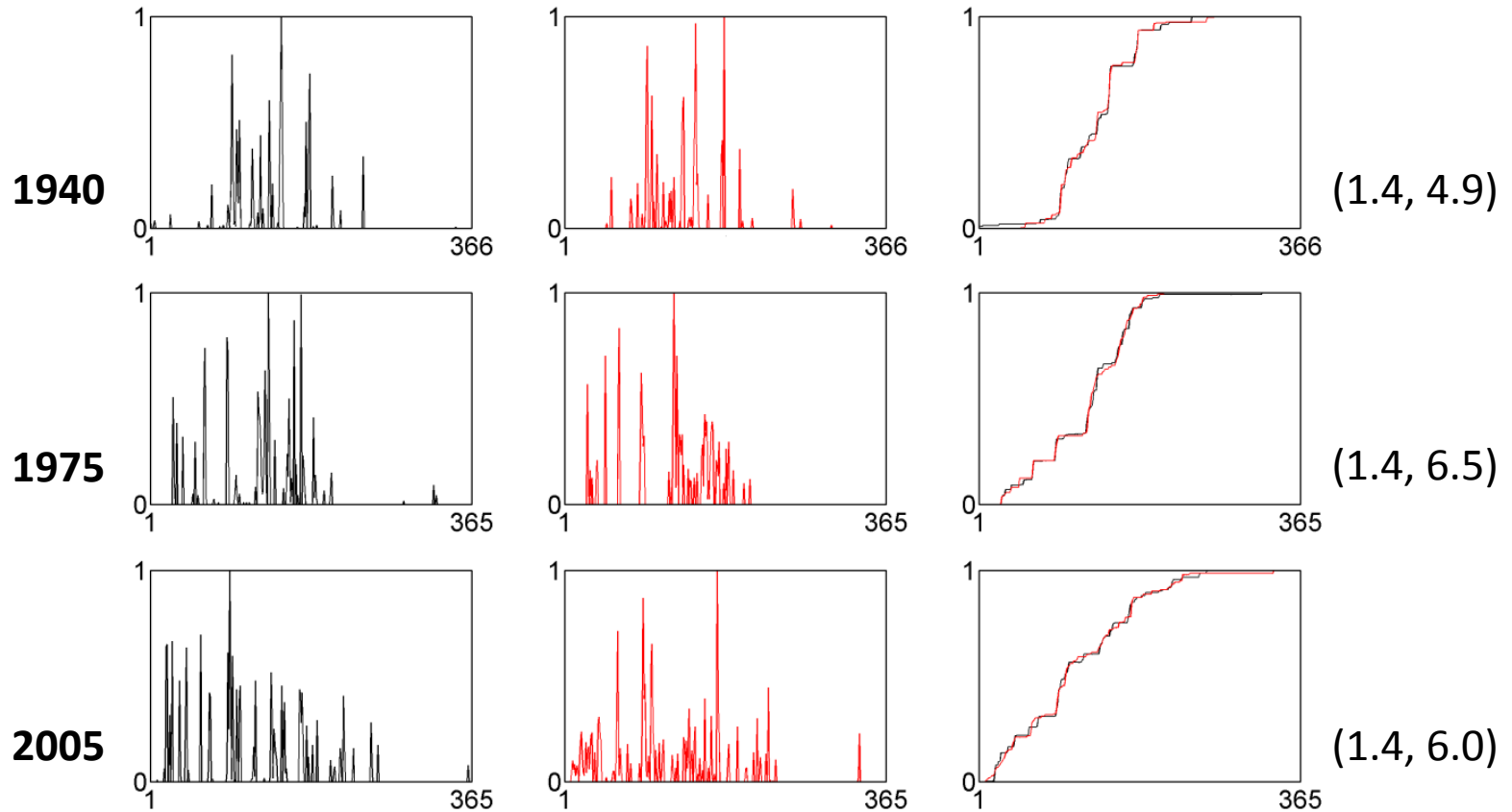
Lluvia en Merced

(datos, **modelo FM**, acumuladas; RMSEAR, MAXEAR en %)



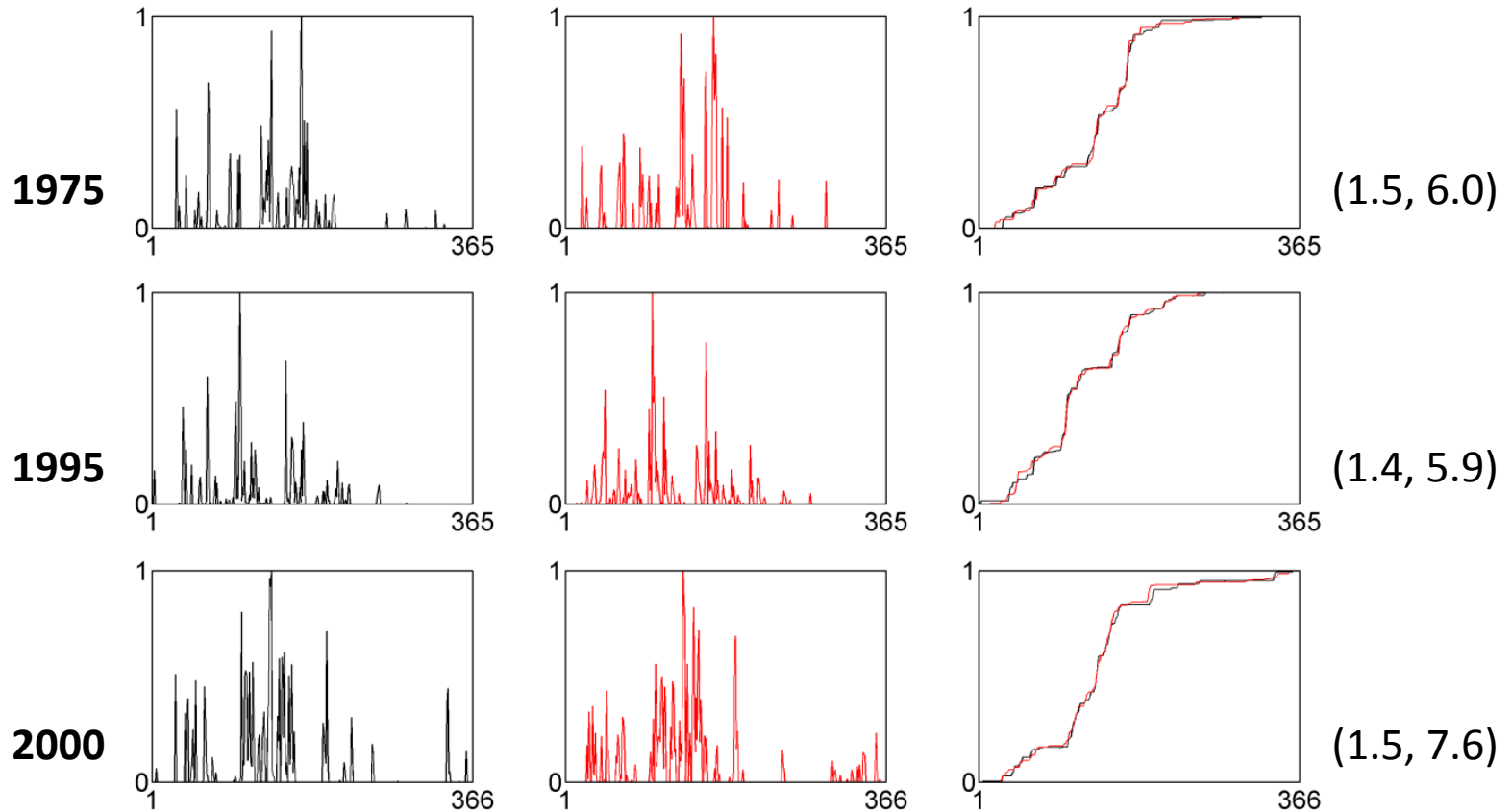
Lluvia en Sacramento

(datos, **modelo FM**, acumuladas; RMSEAR, MAXEAR en %)



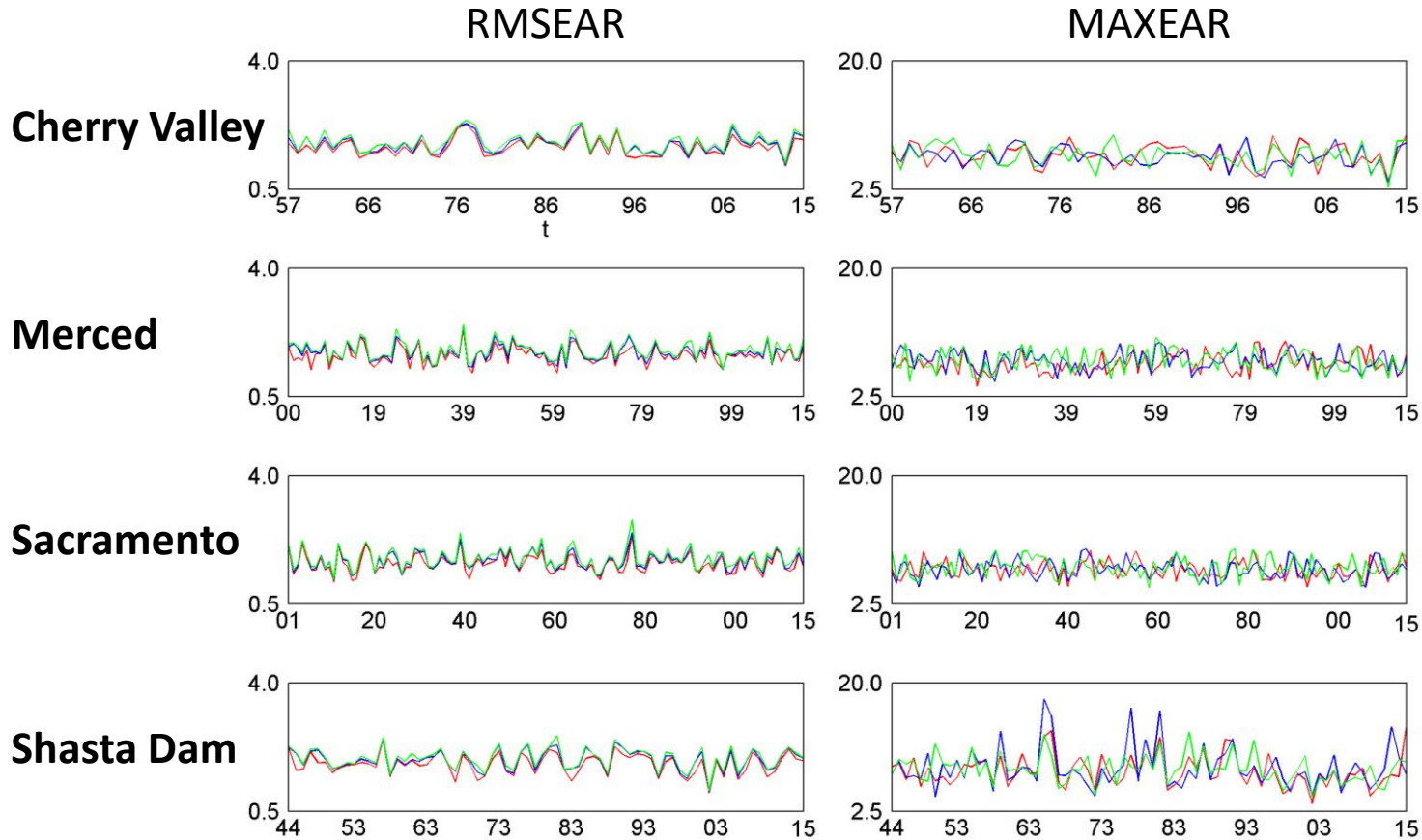
Lluvia en Shasta Dam

(datos, modelo FM, acumuladas; RMSEAR, MAXEAR en %)



Evolución de las métricas

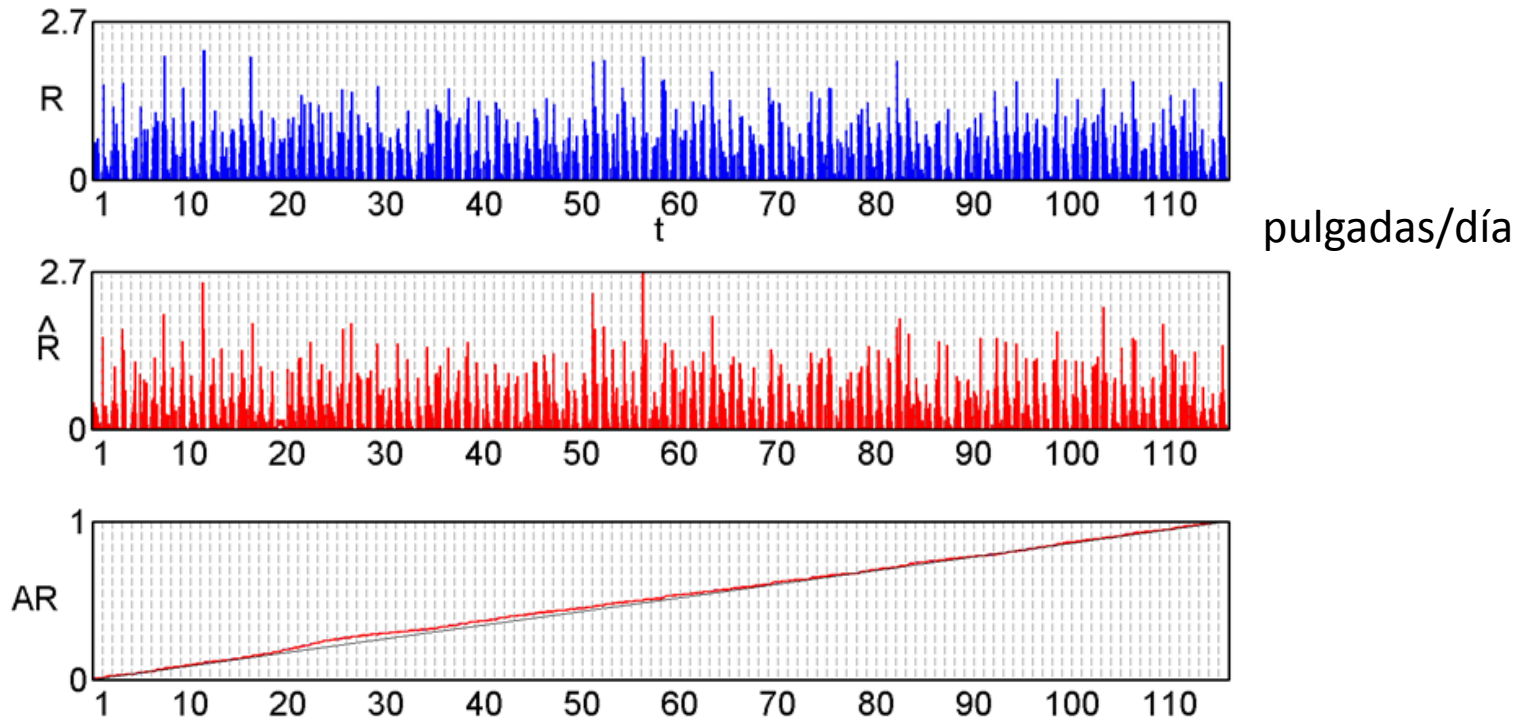
(para las 3 mejores codificaciones FM)



existen diversas “soluciones” cercanas la una a la otra

Lluvia en Merced

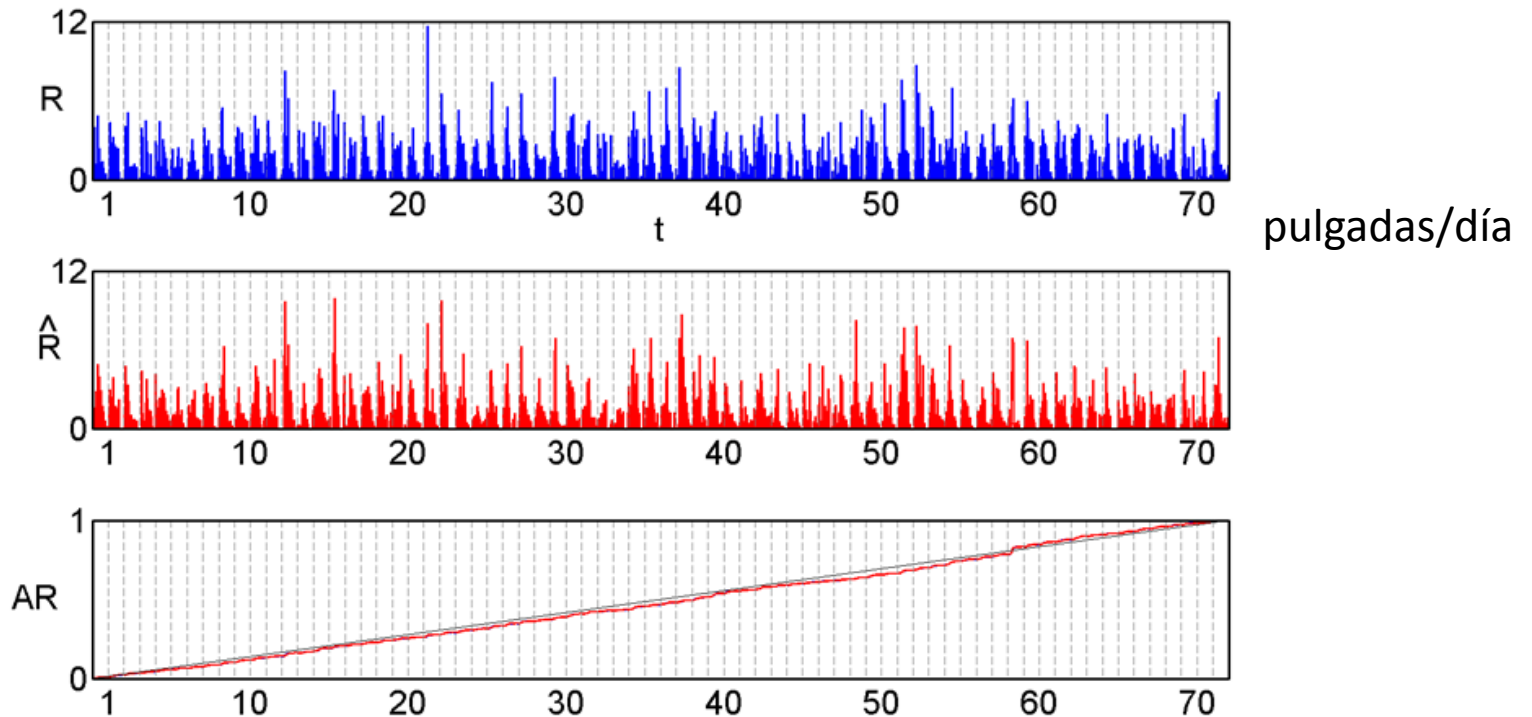
(1900–2015, de-normalizando; **datos**, **modelo FM**, acumuladas)



RMSEAR: $1.6 \pm 0.2\%$, MAXEAR $7.0 \pm 1.3\%$

Lluvia en Shasta Dam

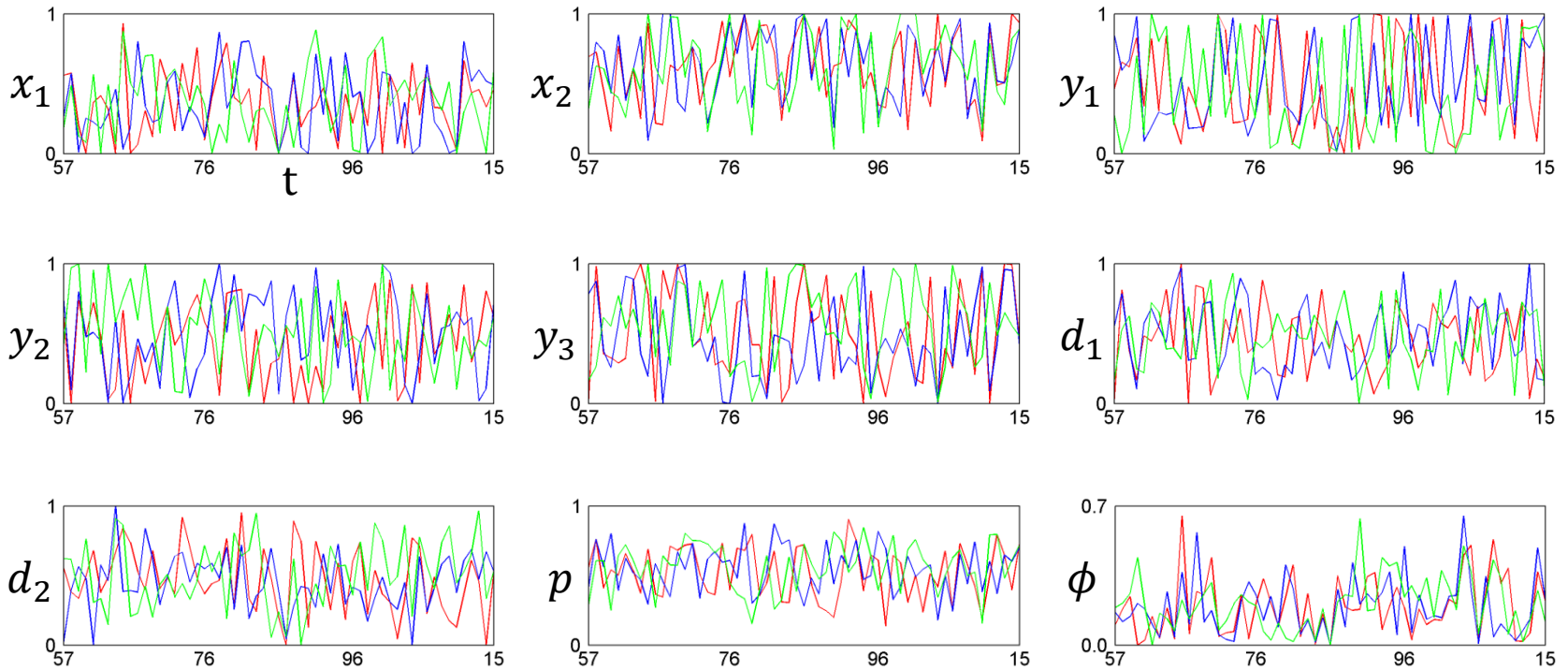
(1944–2015, de-normalizando; **datos**, **modelo FM**, acumuladas)



RMSEAR: $1.8 \pm 0.3\%$, MAXEAR: $7.9 \pm 2.1\%$

La dinámica FM en Cherry Valley

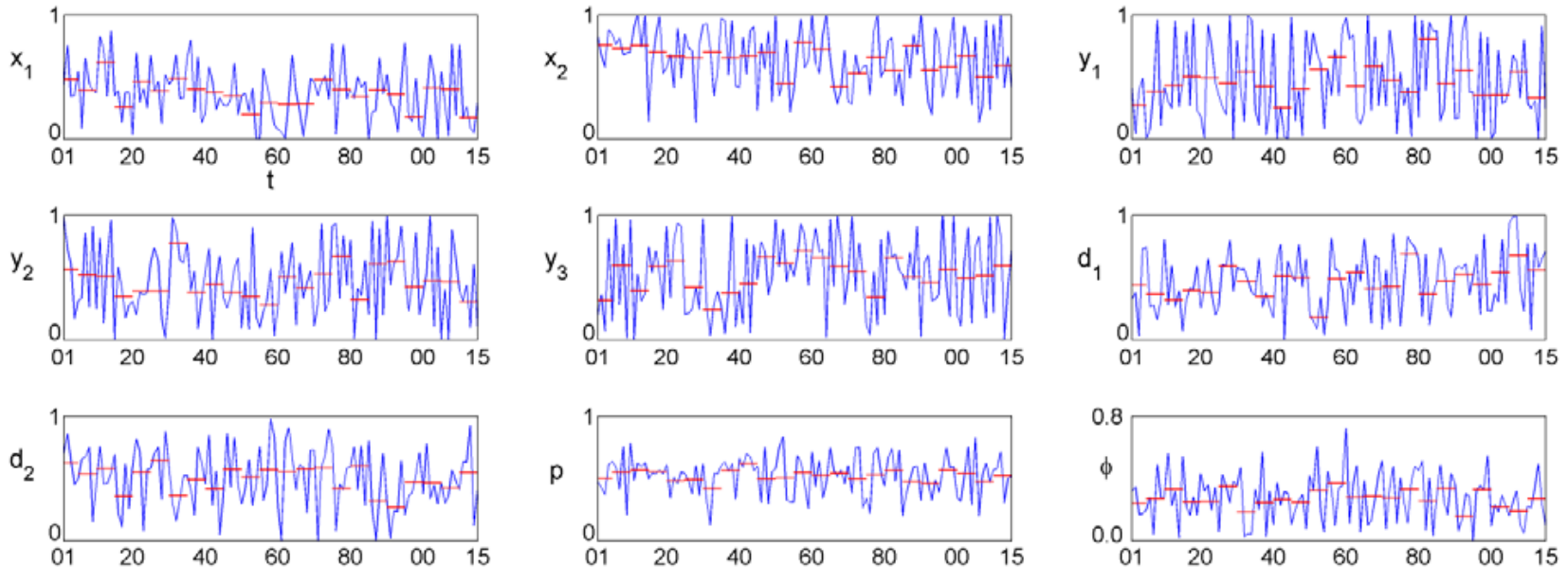
(1957 – 2015, para los 3 mejores parámetros)



los mejores en **rojo**, los segundos en **azul**, y los terceros en **verde**
hay una **variación notoria** en el tiempo, sin cambios del pasado al futuro

La dinámica FM en Sacramento

(1901 – 2015, para los mejores parámetros; promedios cada 5 años)

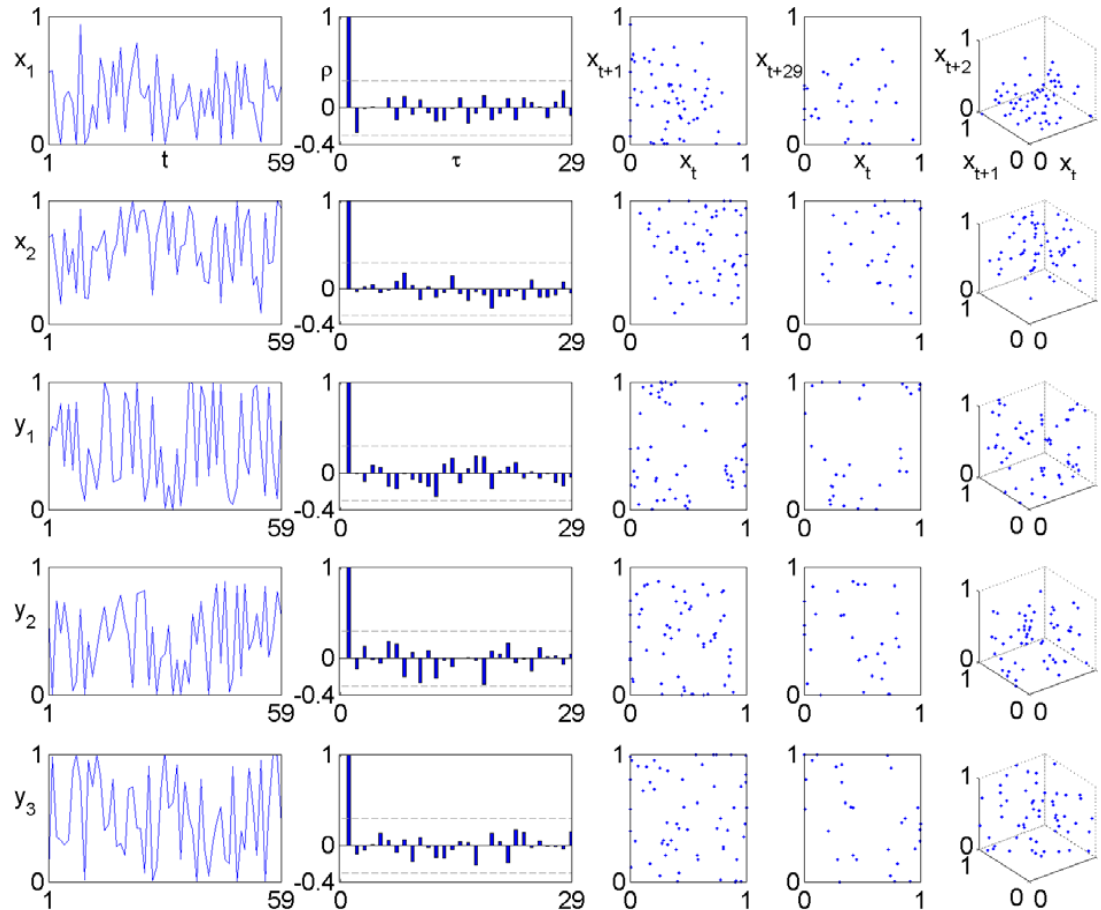


de nuevo, hay un **variación** en el tiempo que luce **aleatoria**
no se aprecian tendencia geométrica del pasado al futuro

EN NINGUNA DE LAS ESTACIONES...

Variabilidad de la lluvia en Cherry Valley

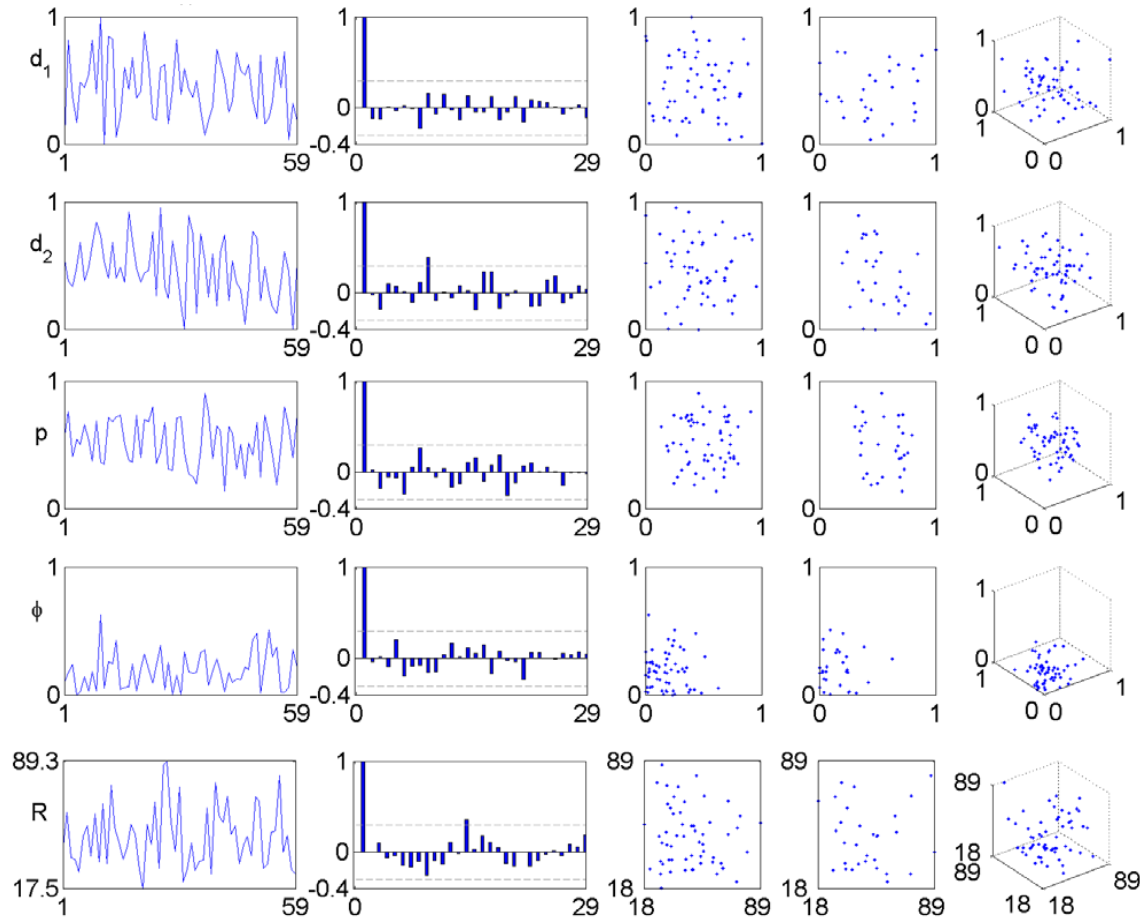
(mejores parámetros, auto-correlaciones y diagramas de fase)



las coordenadas que definen los dos mapas exhiben una **complejidad** notoria

Variabilidad de la lluvia en Cherry Valley (cont.)

(mejores parámetros, auto-correlaciones y diagramas de fase)

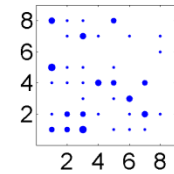
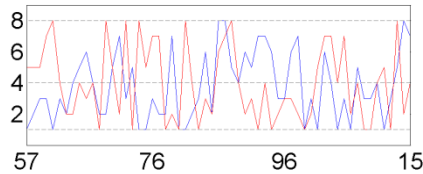


los parámetros FM son tan variables como las **lluvias anuales** (debajo)

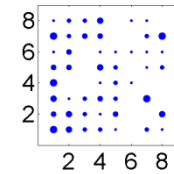
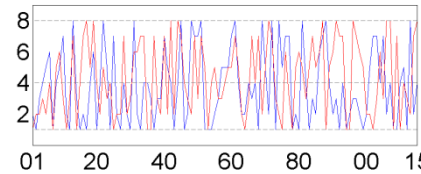
lo mismo en las otras tres estaciones: no hay tendencias...

Comparación de la lluvia por estaciones

(clasificando los años a partir de parámetros FM)



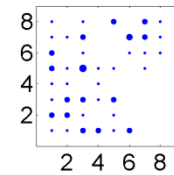
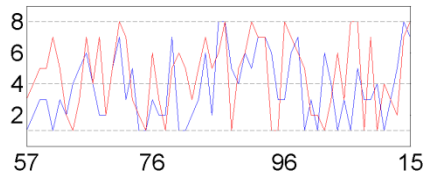
Merced



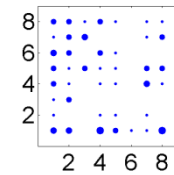
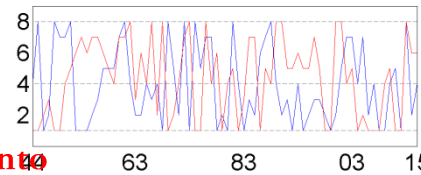
Sacramento

Cherry Valley

Merced



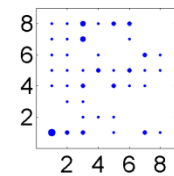
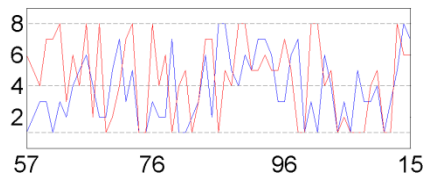
Sacramento



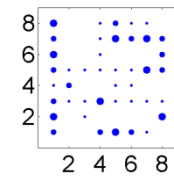
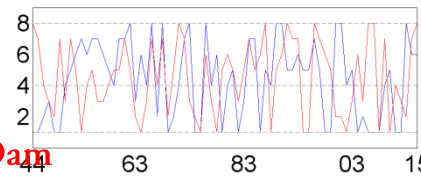
Shasta Dam

Cherry Valley

Merced



Shasta Dam



Sacramento

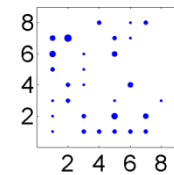
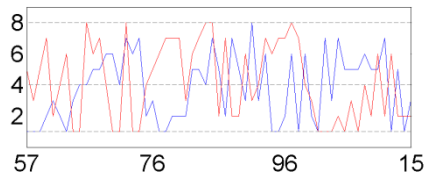
Cherry Valley

Shasta Dam

clara variabilidad en el tiempo y escasa correlación espacial

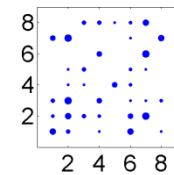
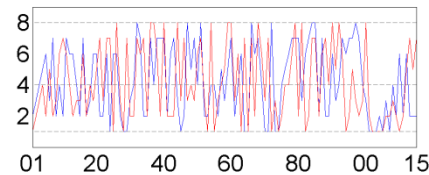
Comparación de la lluvia por estaciones

(clasificando los años a partir de deciles)



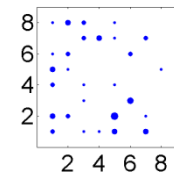
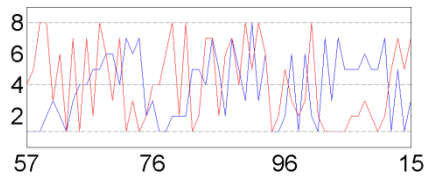
Merced

Cherry Valley



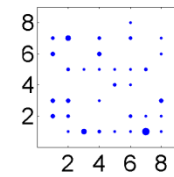
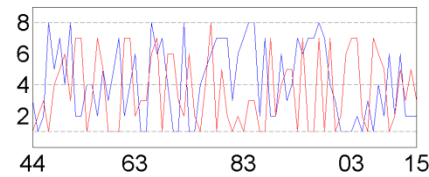
Sacramento

Merced



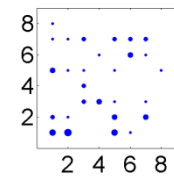
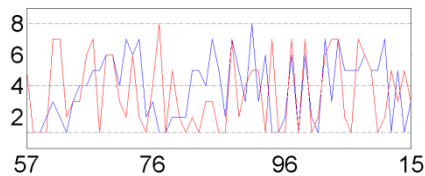
Sacram

Cherry Valley



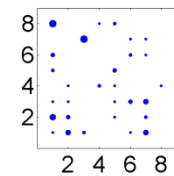
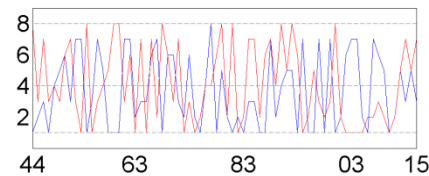
Shasta Dam

Merced



Shasta

Cherry Valley



Sacramento

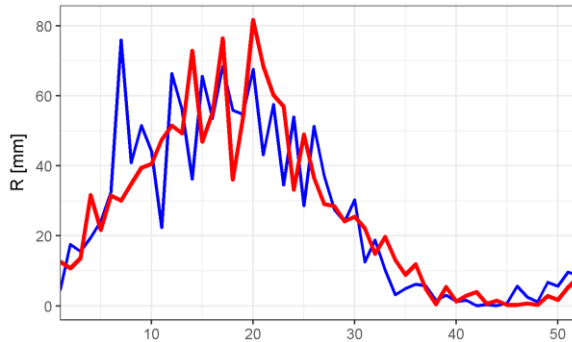
Shasta Dam

similar a lo anterior: la lluvia es en efecto compleja y variable...

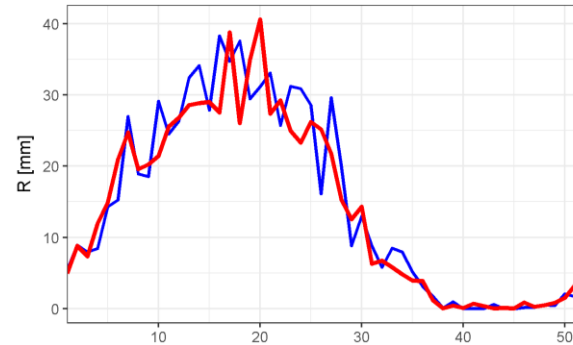
Comparación de la lluvia por estaciones

(agrupando por semanas la primera y segunda mitad de los registros)

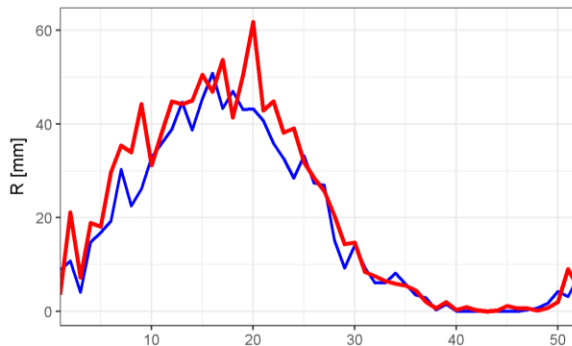
Cherry Valley



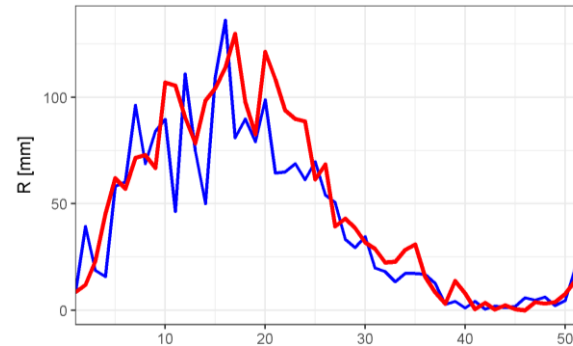
Merced



Sacramento



Shasta Dam



no hay tendencias obvias en lluvia
mas sí las hay en caudales por deshielos anticipados...

Fuera de la cueva

- El modelo FM es capaz de codificar los patrones erráticos de lluvia en el tiempo de una forma razonable.
- Aunque existen diversos conjuntos de parámetros FM que producen patrones parecidos, “**equi-finalidad**”, los modelos son útiles para describir la complejidad de la lluvia.
- Los parámetros FM en todas las estaciones estudiadas en California, y que contienen al menos 59 años, reflejan amplia **variabilidad** en el tiempo y **no muestran** tendencias obvias que puedan ser atribuirles a variaciones en el clima.
- Todas las estaciones estudiadas tienen complejidades similares aunque están separadas por menos de mil kilómetros.