

Codificación, simulación, desagregación y predicción de caudales empleando un modelo geométrico fractal-multifractal

C. E. Puente, M. L. Maskey, B. Sivakumar & M. A. Díaz-Granados

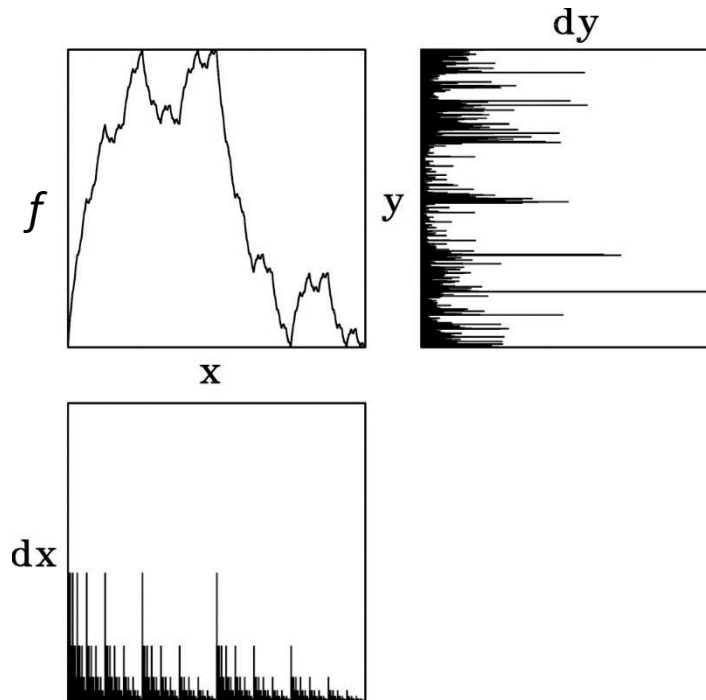
Universidad de California, Davis & Universidad de los Andes, Colombia

XXVIII Congreso Latinoamericano de Hidráulica

Buenos Aires, septiembre de 2018

El modelo geométrico fractal-multifractal

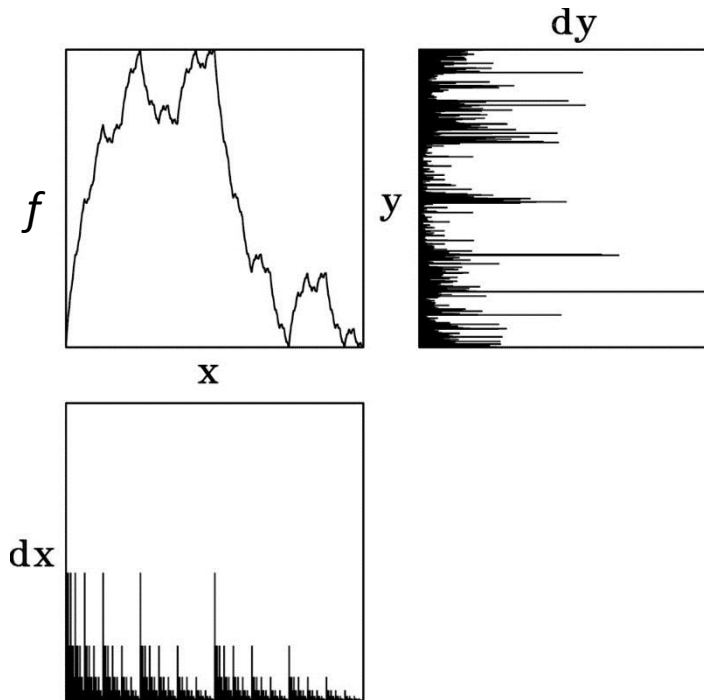
(Puente, 1992, 1994)



la **iteración** de mapas sencillos genera una función **fractal** f
e induce una única medida –una textura– sobre f
dicha textura vista desde los dos ejes produce los objetos dx y dy

El modelo geométrico fractal-multifractal

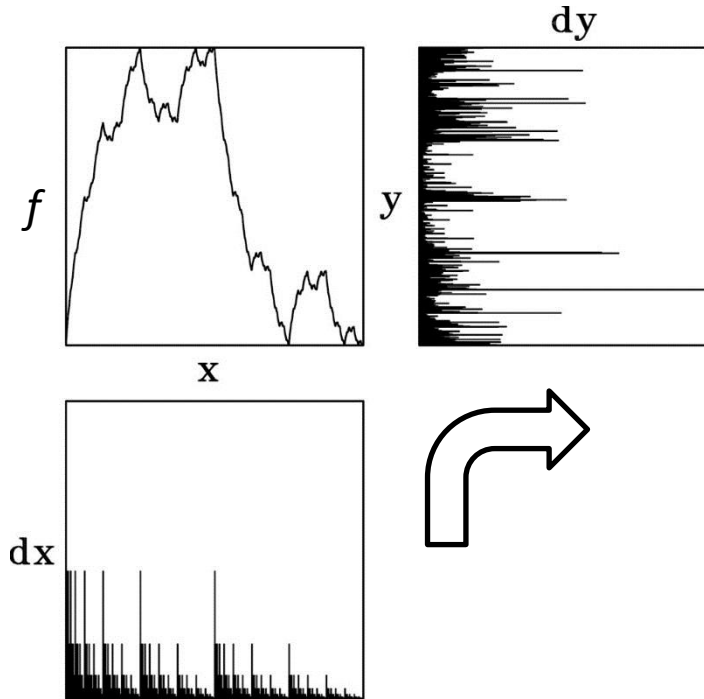
(Puente, 1992, 1994)



la **iteración** de mapas sencillos genera una función **fractal** f
e induce una única medida –una textura– sobre f
dicha textura vista desde los dos ejes produce los objetos dx y dy
 dx es una distribución **multifractal** como en la **turbulencia**

El modelo geométrico fractal-multifractal

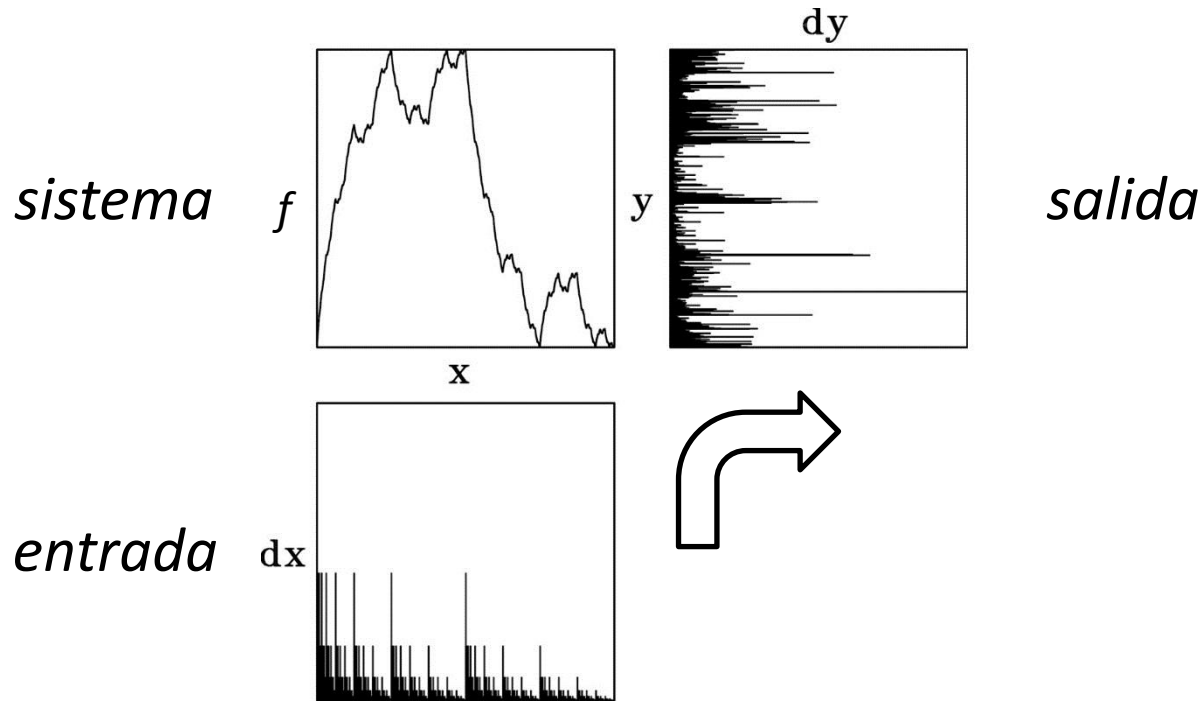
(Puente, 1992, 1994)



dx “*ilumina*” la función f , dy es la “*sombra*” Platónica que el fractal produce

El modelo geométrico fractal-multifractal

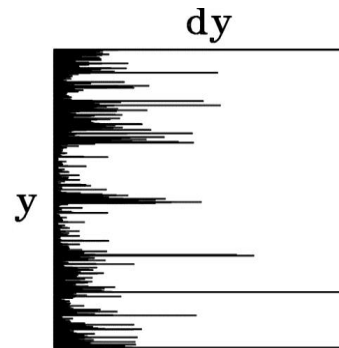
(Puente, 1992, 1994)



dx “*ilumina*” la función f , dy es la “*sombra*” Platónica que el fractal produce
 dy es una **transformación** de la **turbulencia**: la “*salida*” del “*sistema*”

El modelo geométrico fractal-multifractal

(Puente, 1992, 1994)



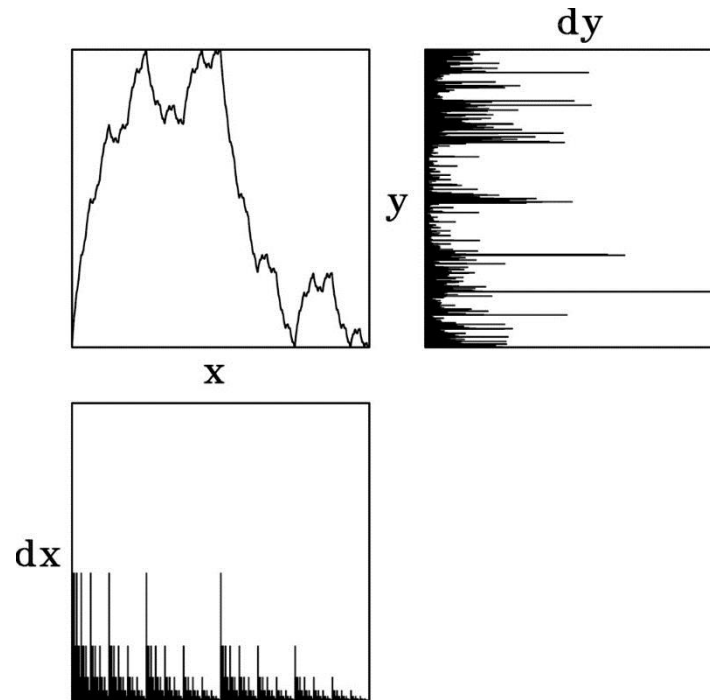
dx “*ilumina*” la función f , dy es la “*sombra*” Platónica que el fractal produce

dy es una **transformación** de la **turbulencia**: la “*salida*” del “*sistema*”

dy parece ser **aleatoria**, pero es **determinista** y requiere “*pocos*” parámetros

El modelo geométrico fractal-multifractal

(Puente, 1992, 1994)



dx “*ilumina*” la función f , dy es la “*sombra*” Platónica que el fractal produce

dy es una **transformación** de la **turbulencia**: la “*salida*” del “*sistema*”

dy parece ser **aleatoria**, pero es **determinista** y requiere “*pocos*” parámetros

las ideas permiten modelar datos de **caudales** y más...

Cálculos del modelo platónico FM

(Barnsley, 1988; Maskey et al., 2016, 2017)

- usando $N = 2$ o 3 mapas del plano al plano:

$$w_n \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n & 0 \\ c_n & d_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_n \\ f_n \end{pmatrix} \quad n = 1, \dots, N$$

sujetos a:

$$w_n \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{pmatrix}; w_n \begin{pmatrix} x_N \\ y_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$$

Cálculos del modelo platónico FM

(Barnsley, 1988; Maskey et al., 2016, 2017)

- usando $N = 2$ o 3 mapas del plano al plano:

$$w_n \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n & 0 \\ c_n & d_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_n \\ f_n \end{pmatrix} \quad n = 1, \dots, N$$

sujetos a:

$$w_n \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{pmatrix}; w_n \begin{pmatrix} x_N \\ y_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$$

- parámetros FM: $N = 2$, $(0,0)$, (x_1, y_1) , $(1, 1)$, d_1, d_2, p

$$N = 3, (0,0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), (1, 1), d_1, d_2, d_3, p_1, p_2$$

para un total de **5** o **9**

Cálculos del modelo platónico FM

(Barnsley, 1988; Maskey et al., 2016, 2017)

- usando $N = 2$ o 3 mapas del plano al plano:

$$w_n \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n & 0 \\ c_n & d_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_n \\ f_n \end{pmatrix} \quad n = 1, \dots, N$$

sujetos a:

$$w_n \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{pmatrix}; w_n \begin{pmatrix} x_N \\ y_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$$

- parámetros FM: $N = 2, (0,0), (x_1, y_1), (1, 1), d_1, d_2, p$

$$N = 3, (0,0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), (1, 1), d_1, d_2, d_3, p_1, p_2$$

para un total de **5** o **9**

- problema inverso mediante un “**particle swarm**” minimizando el error cuadrático medio de **caudales acumulados**, RMSEAR

Cálculos del modelo platónico FM

(Barnsley, 1988; Maskey et al., 2016, 2017)

- usando $N = 2$ o 3 mapas del plano al plano:

$$w_n \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n & 0 \\ c_n & d_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_n \\ f_n \end{pmatrix} \quad n = 1, \dots, N$$

sujetos a:

$$w_n \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{pmatrix}; w_n \begin{pmatrix} x_N \\ y_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$$

- parámetros FM: $N = 2$, $(0,0)$, (x_1, y_1) , $(1, 1)$, d_1, d_2, p

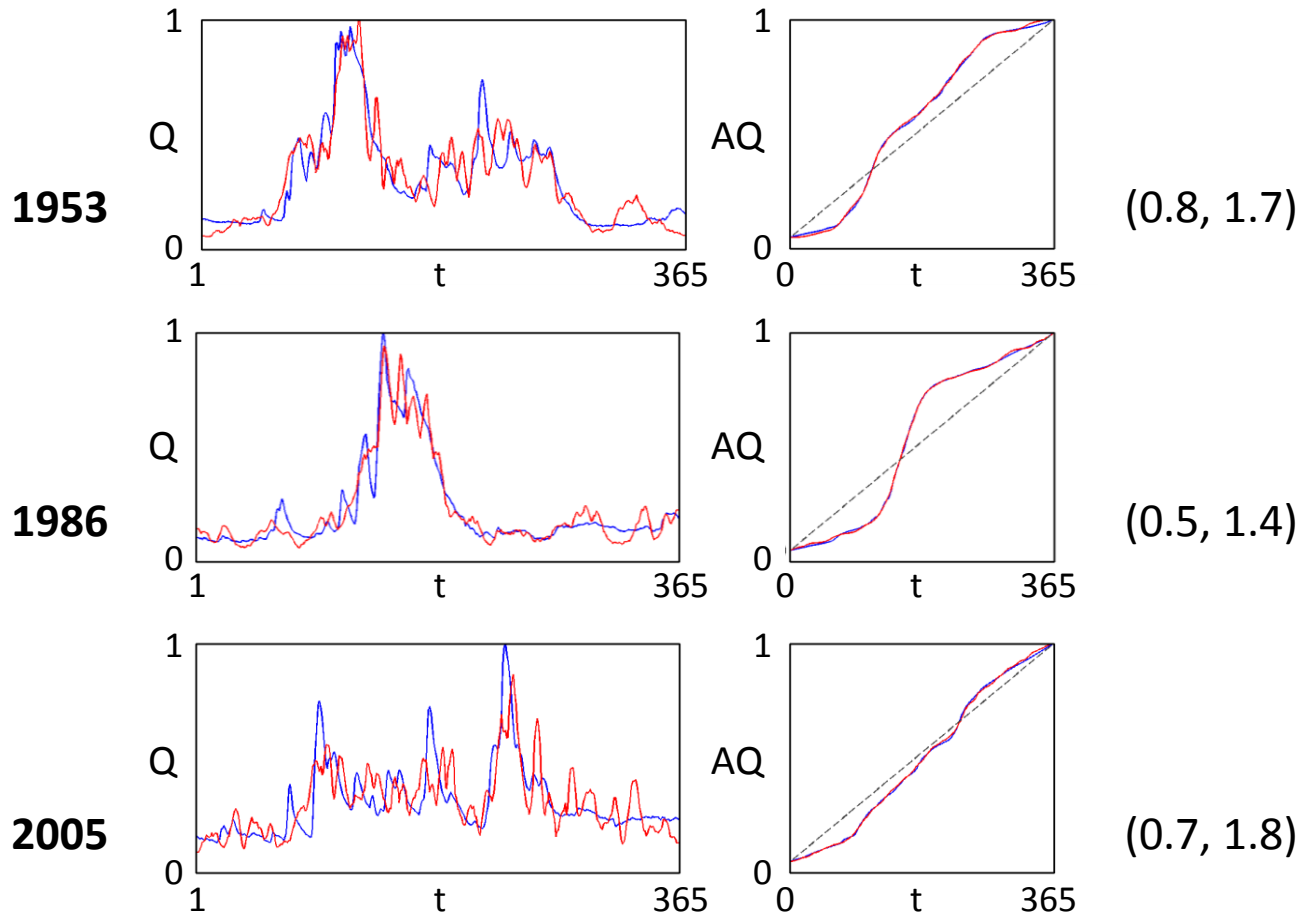
$$N = 3, (0,0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), (1, 1), d_1, d_2, d_3, p_1, p_2$$

para un total de **5** o **9**

- problema inverso mediante un “**particle swarm**” minimizando el error cuadrático medio de **caudales acumulados**, RMSEAR
- datos diarios en los ríos **Sacramento** y **Magdalena**, modelados sin un flujo base constante y **normalizados**

Caudales en el río Sacramento

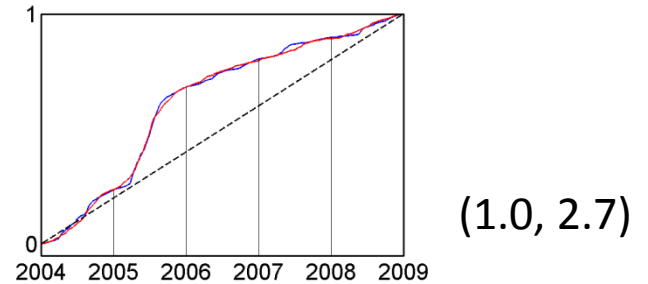
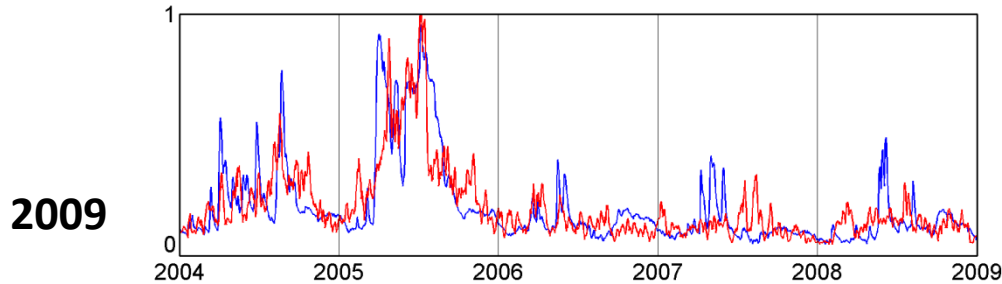
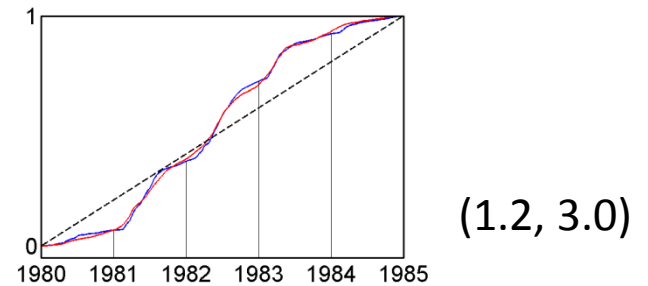
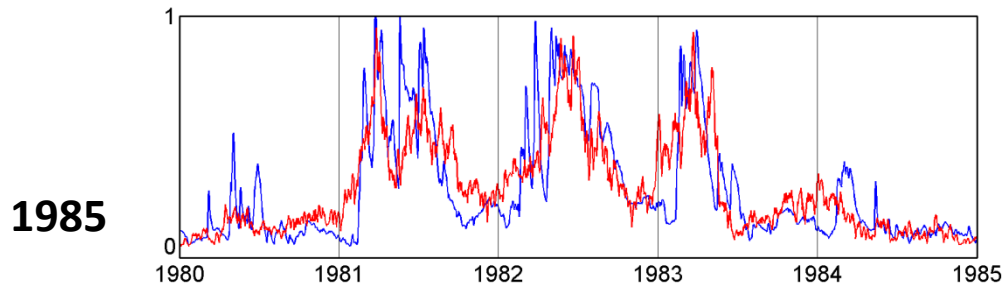
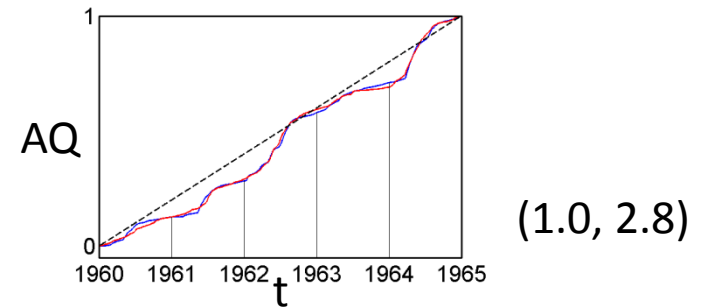
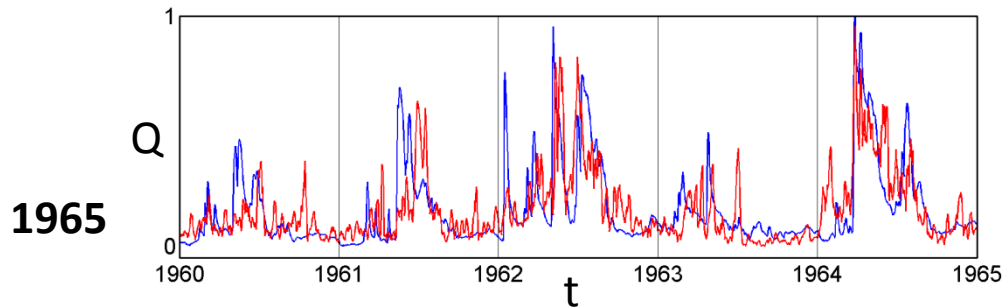
($N = 3$, datos anuales, modelo FM, acumuladas; RMSEAR, MAXEAR en %)



a partir del 1 de octubre

Caudales en el río Sacramento

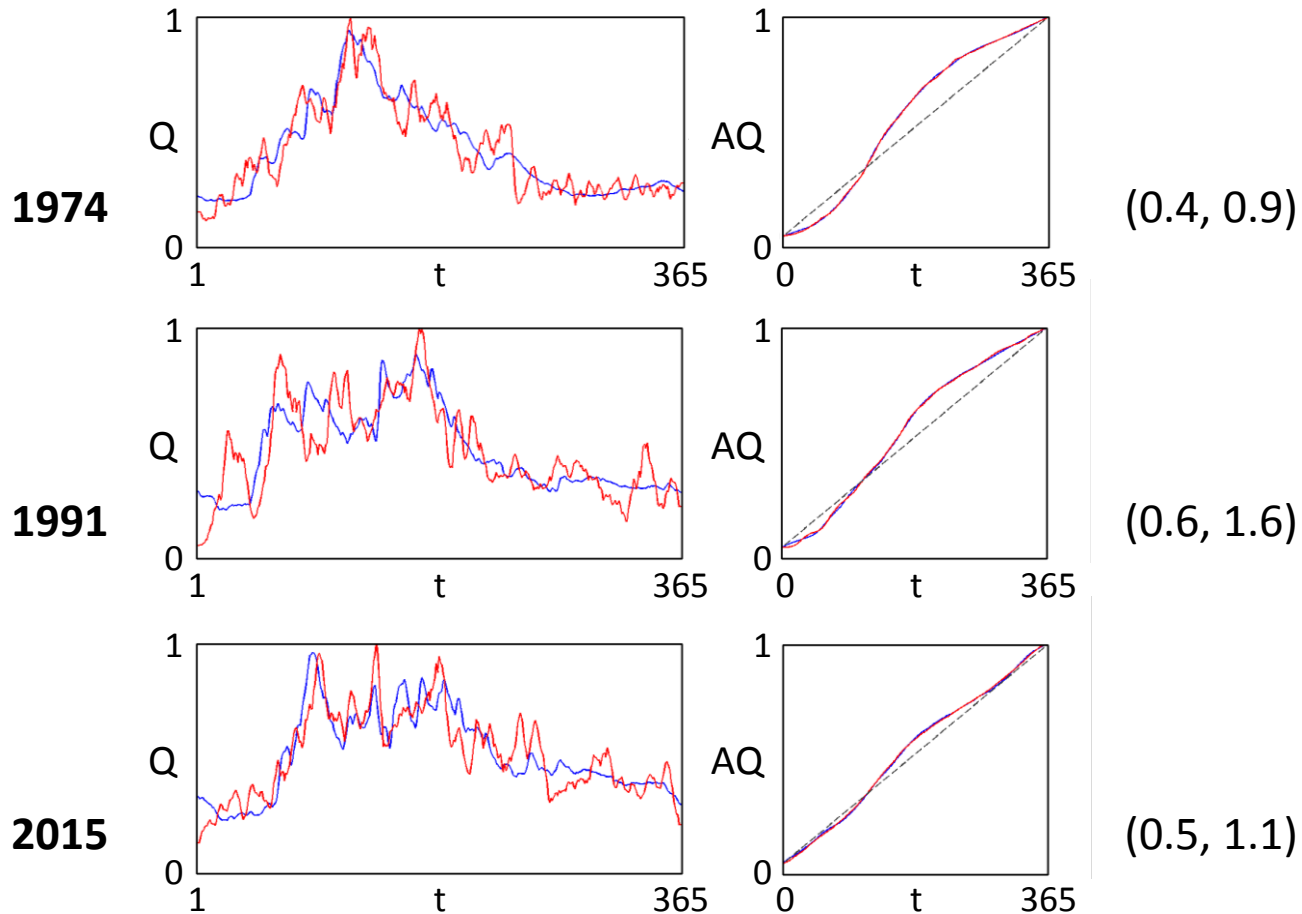
($N = 3$, datos cada 5 años, modelo FM, acumuladas; RMSEAR, MAXEAR en %)



a partir del 1 de octubre

Caudales en el río Sacramento

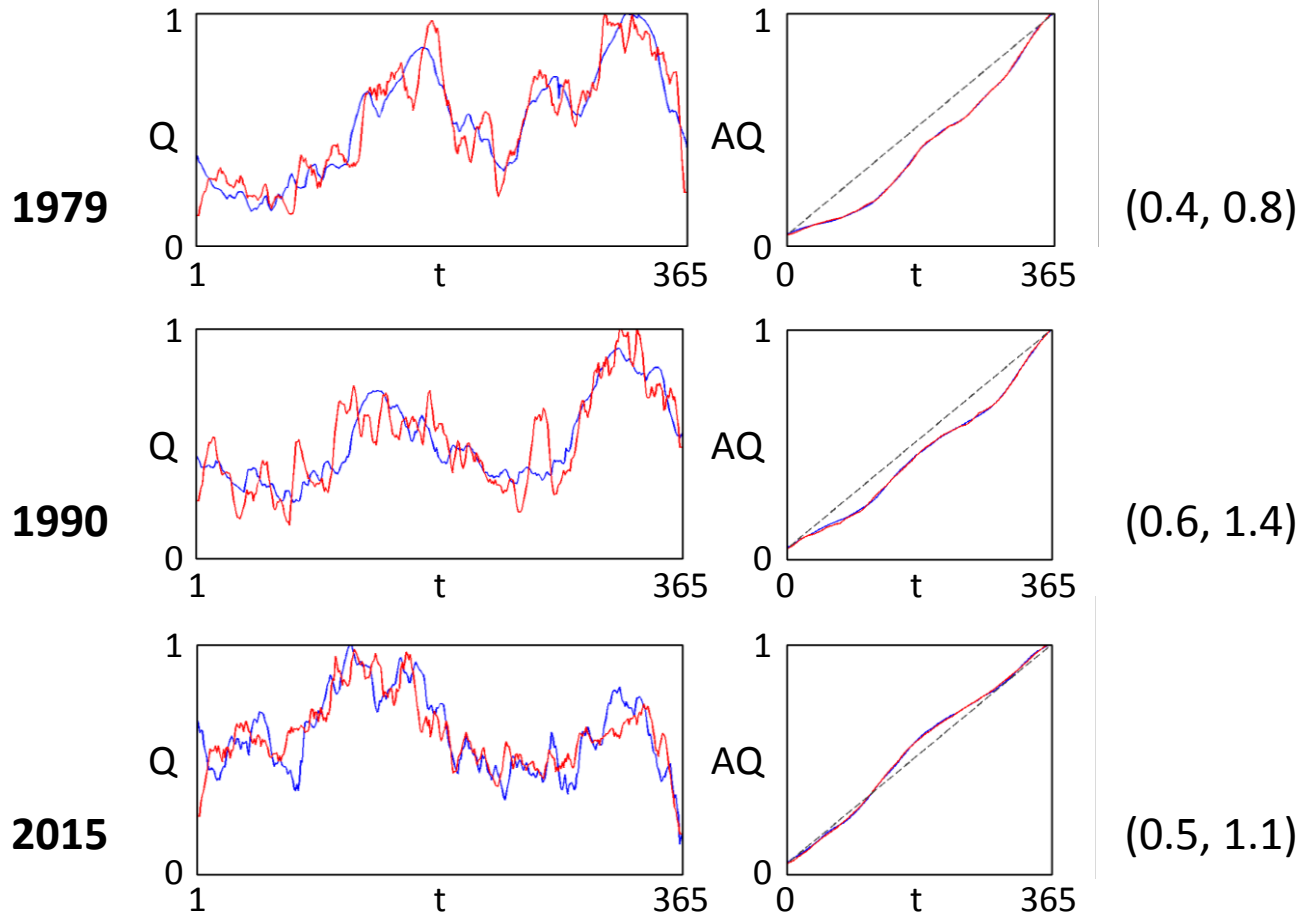
($N = 3$, datos “decadales”, modelo FM, acumuladas; RMSEAR, MAXEAR en %)



a partir del 1 de octubre

Caudales en el río Magdalena

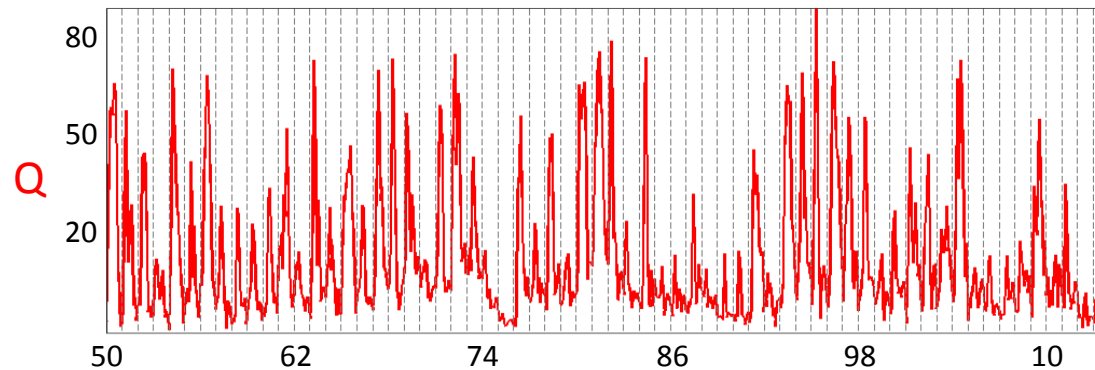
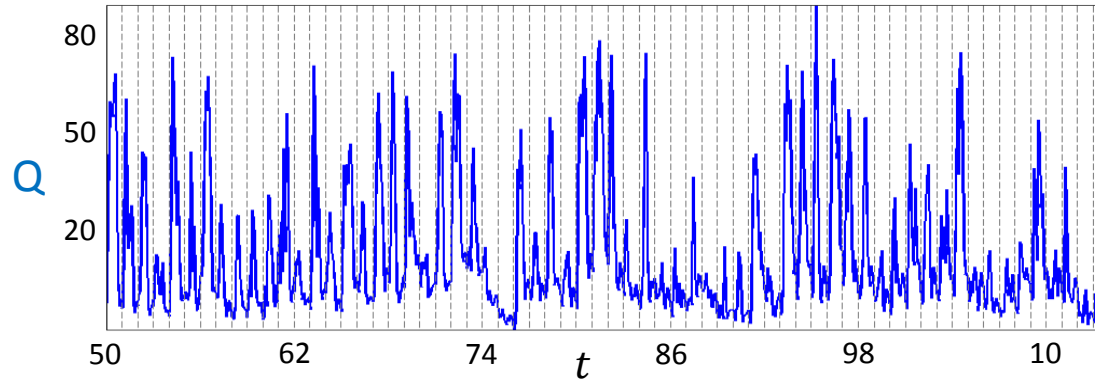
($N = 3$, datos anuales, modelo FM, acumuladas; RMSEAR, MAXEAR en %)



a partir del 1 de enero

Caudales en el río Sacramento

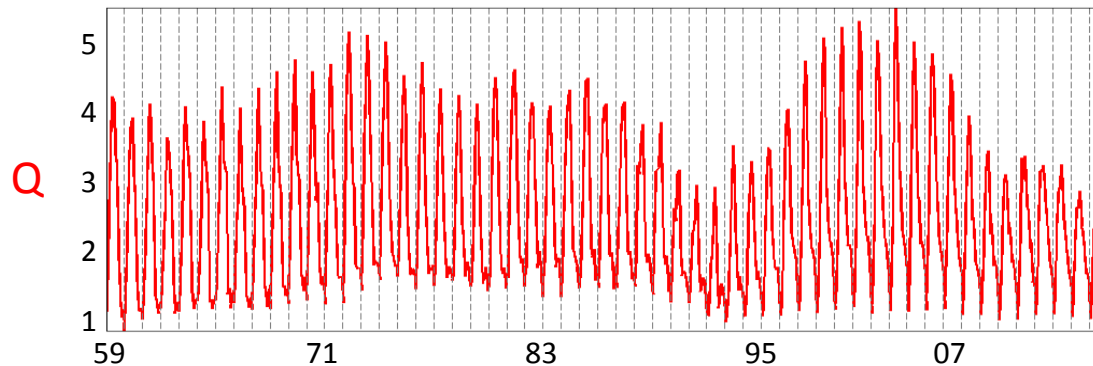
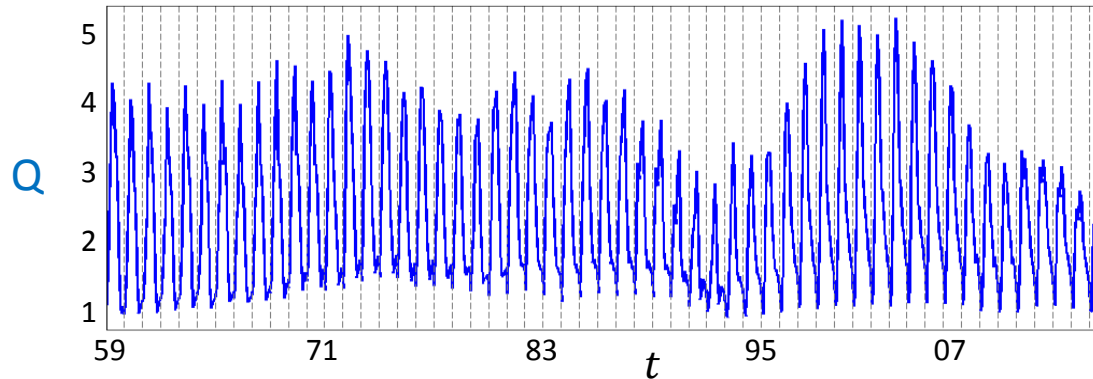
($N = 3$, datos anuales, modelo FM, 1950–2015)



RMSEAR: $0.8 \pm 0.3\%$; MAXEAR: $1.8 \pm 0.5\%$; NSD: $63.9 \pm 19.0\%$
de-normalizado y con flujo base, en miles de ft^3/s

Caudales en el río Sacramento

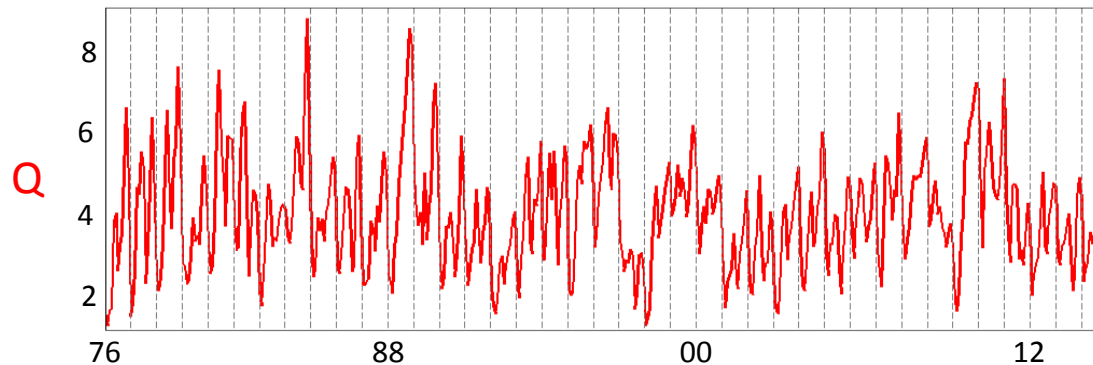
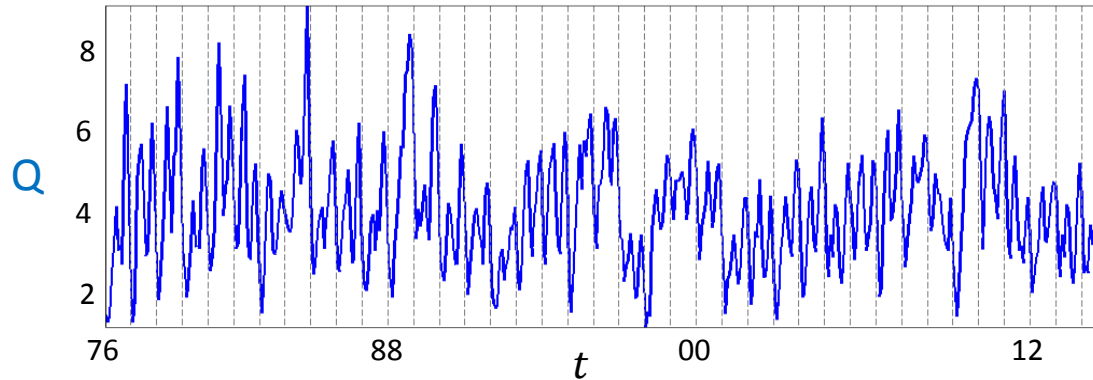
($N = 3$, datos decadales, modelo FM, 1959 – 2015)



RMSEAR: $0.5 \pm 0.1\%$; MAXEAR: $1.0 \pm 0.2\%$; NSD: $76.3 \pm 12.2\%$
de-normalizado y con flujo base, en miles de ft^3/s

Caudales en el río Magdalena

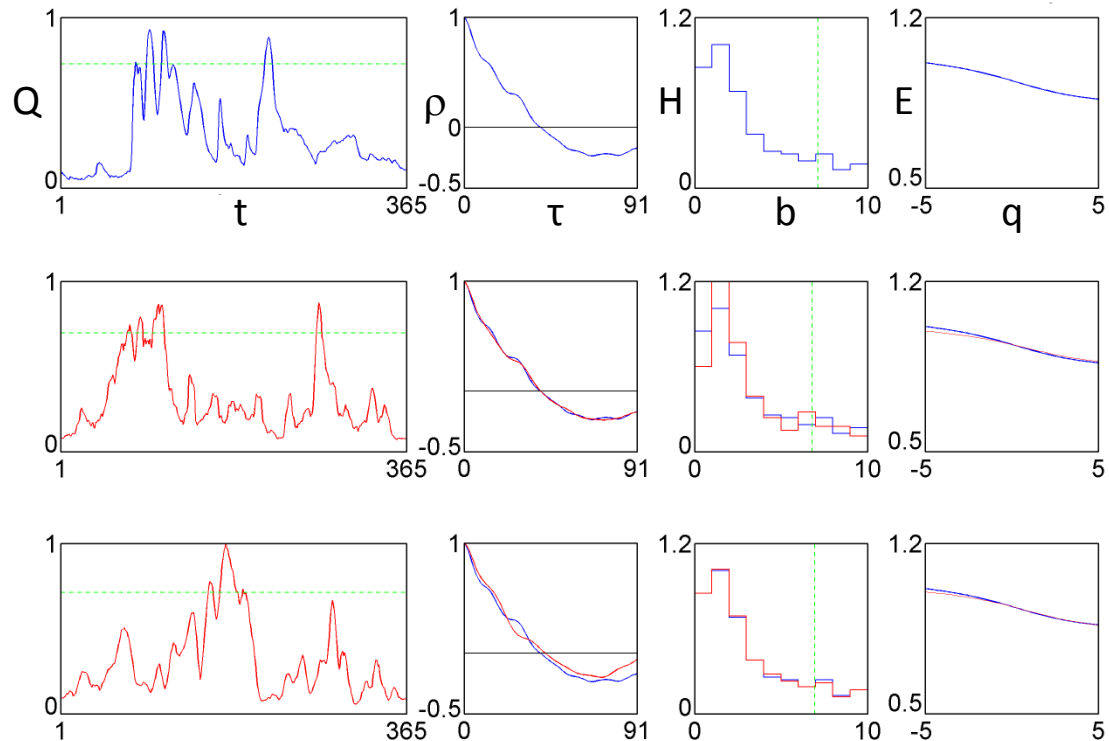
($N = 3$, datos anuales, modelo FM, 1976 –2015)



RMSEAR: $0.6 \pm 0.2\%$; MAXEAR: $1.3 \pm 0.5\%$; NSD: $63.0 \pm 18.8\%$
de-normalizado y con flujo base, en miles de m^3/s

Simulaciones del río Sacramento

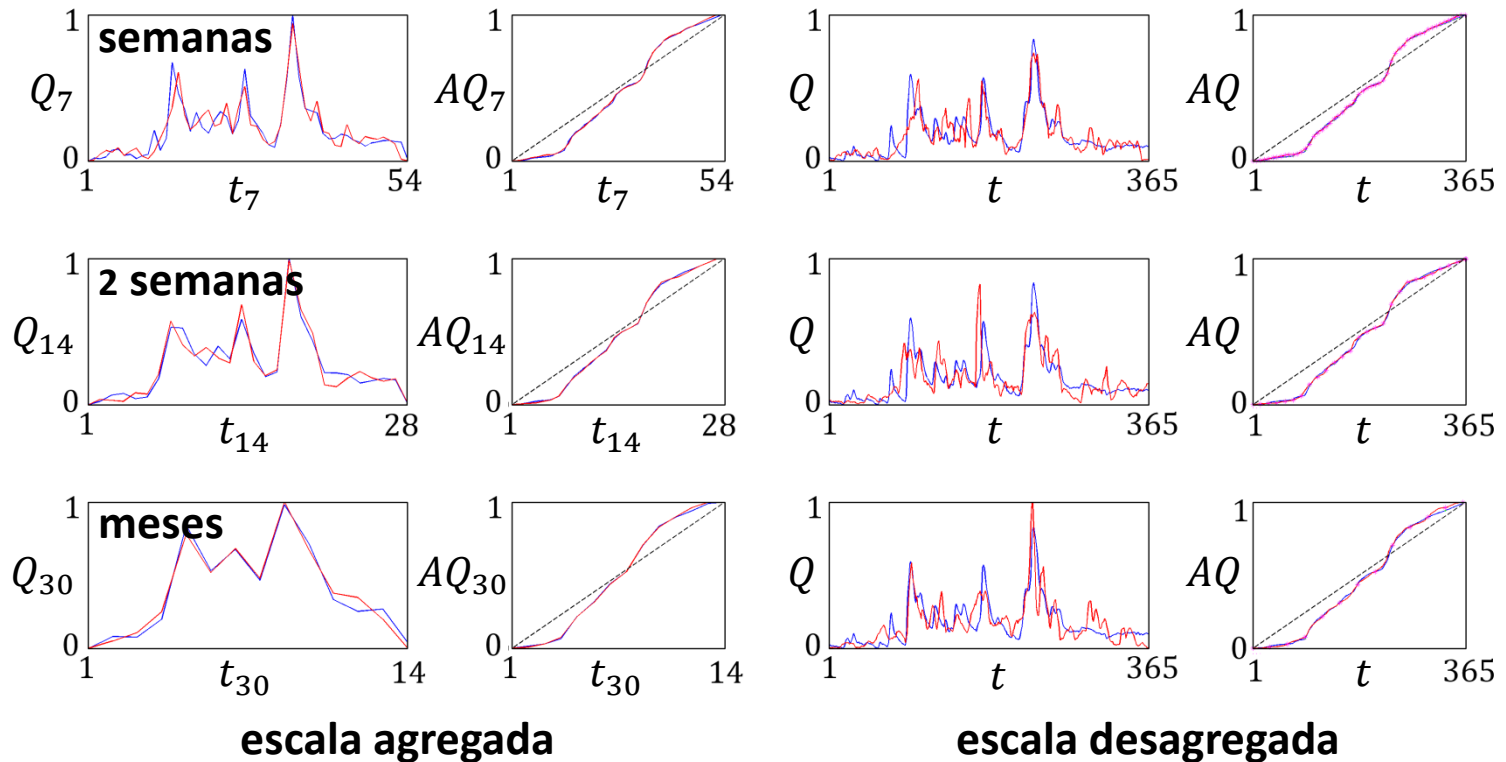
($N = 2$, datos 2003, modelo FM, Maskey et al., 2016)



ajustando la función de auto-correlación, el histograma y la entropía
las líneas verdes corresponden a eventos extremos

Desagregaciones en el río Sacramento

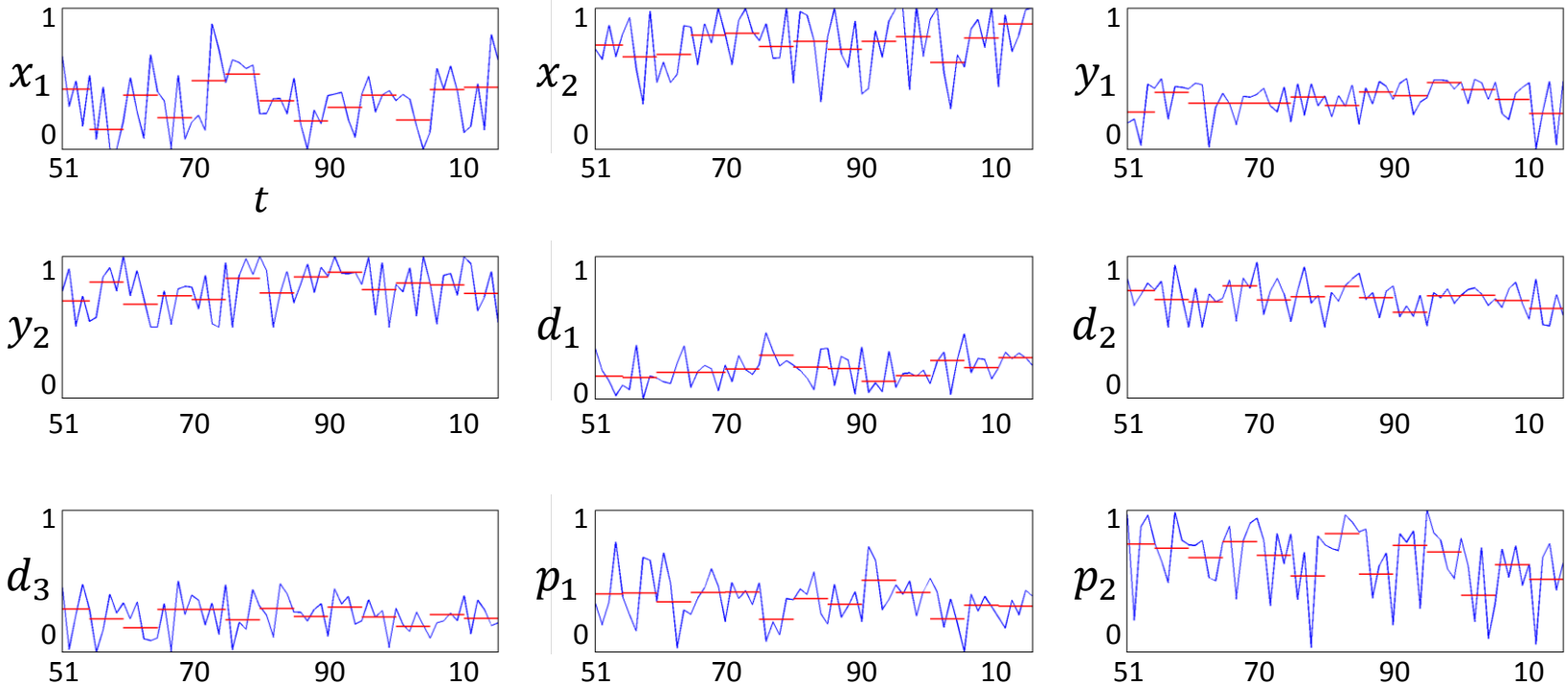
($N = 3$, datos del año 2005, modelo FM, Maskey et al., 2018)



ajustando las funciones acumuladas a escalas agregadas
y calculando el modelo FM a una escala de **días** para desagregar

La dinámica FM en Sacramento

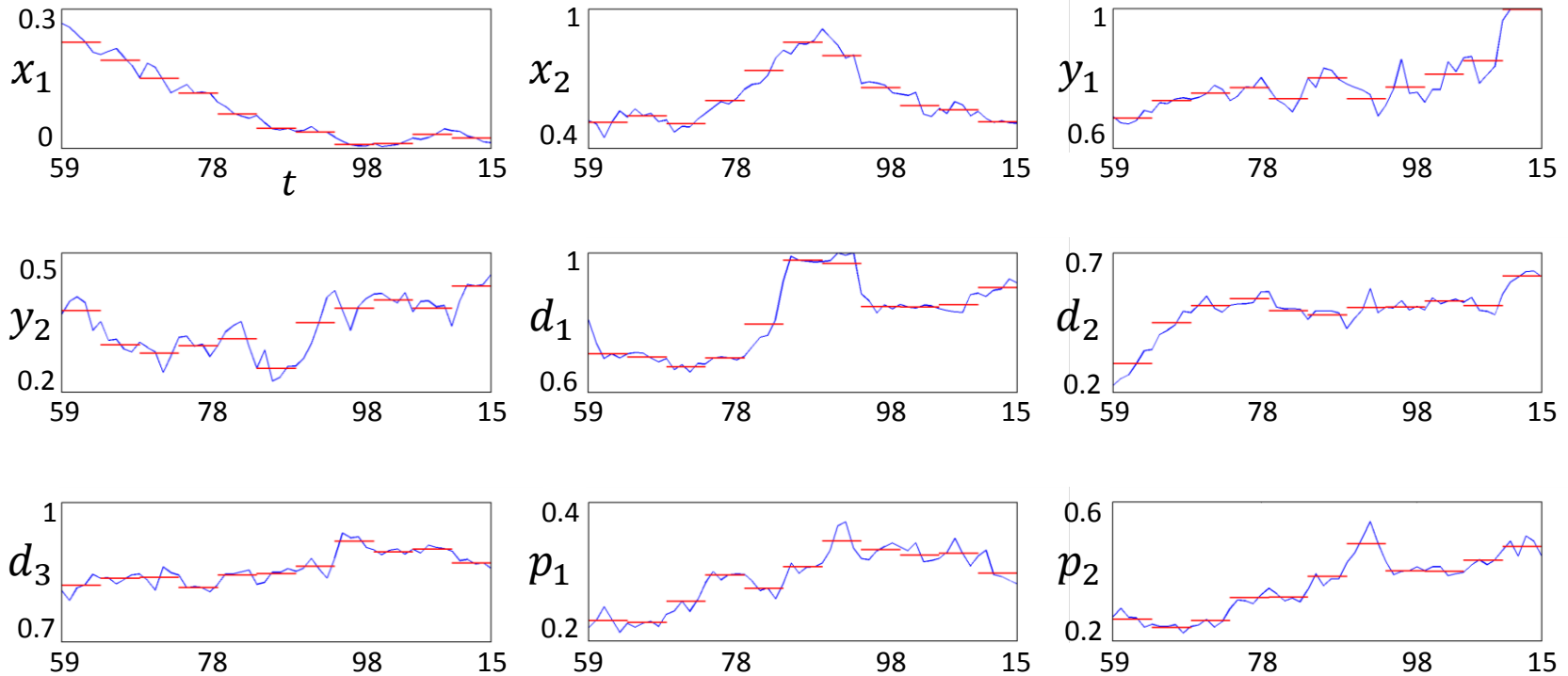
(1951 – 2015, **datos anuales**; **promedios cada 5 años**)



hay un **variación** en el tiempo y ésta luce **aleatoria**
aunque los **deshielos** suceden ahora **antes** de tiempo,
no se aprecian tendencias **geométricas** del pasado al futuro

La dinámica FM en Sacramento

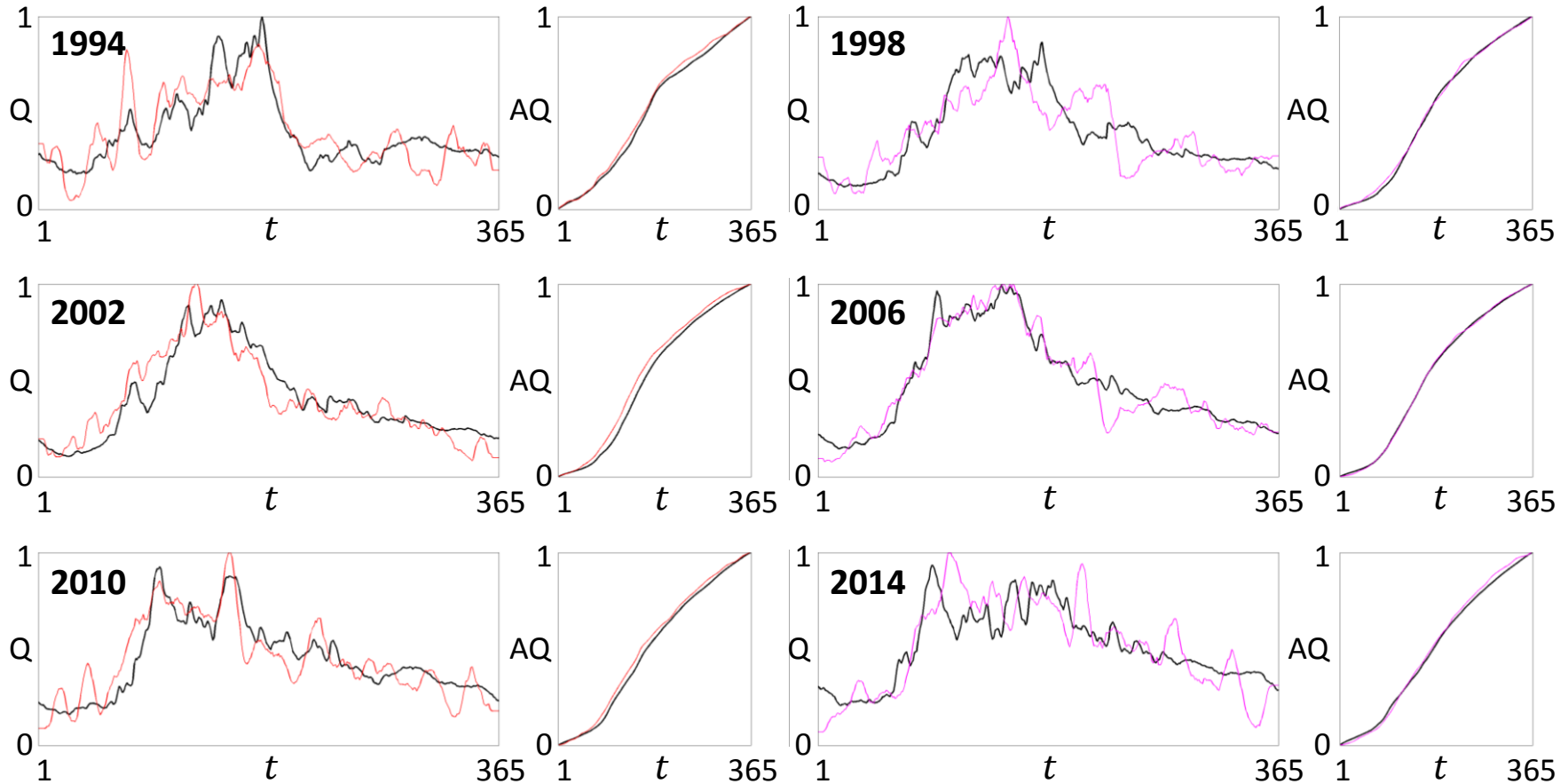
(1959 – 2015, datos decadales; promedios cada 5 años)



ahora hay menos **variación** y algunas tendencias
¿útil para estudiar efectos de cambio climático?

Predicciones en el río Sacramento

(datos decadales, **modelos series de tiempo**, redes neuronales: FM & deciles)

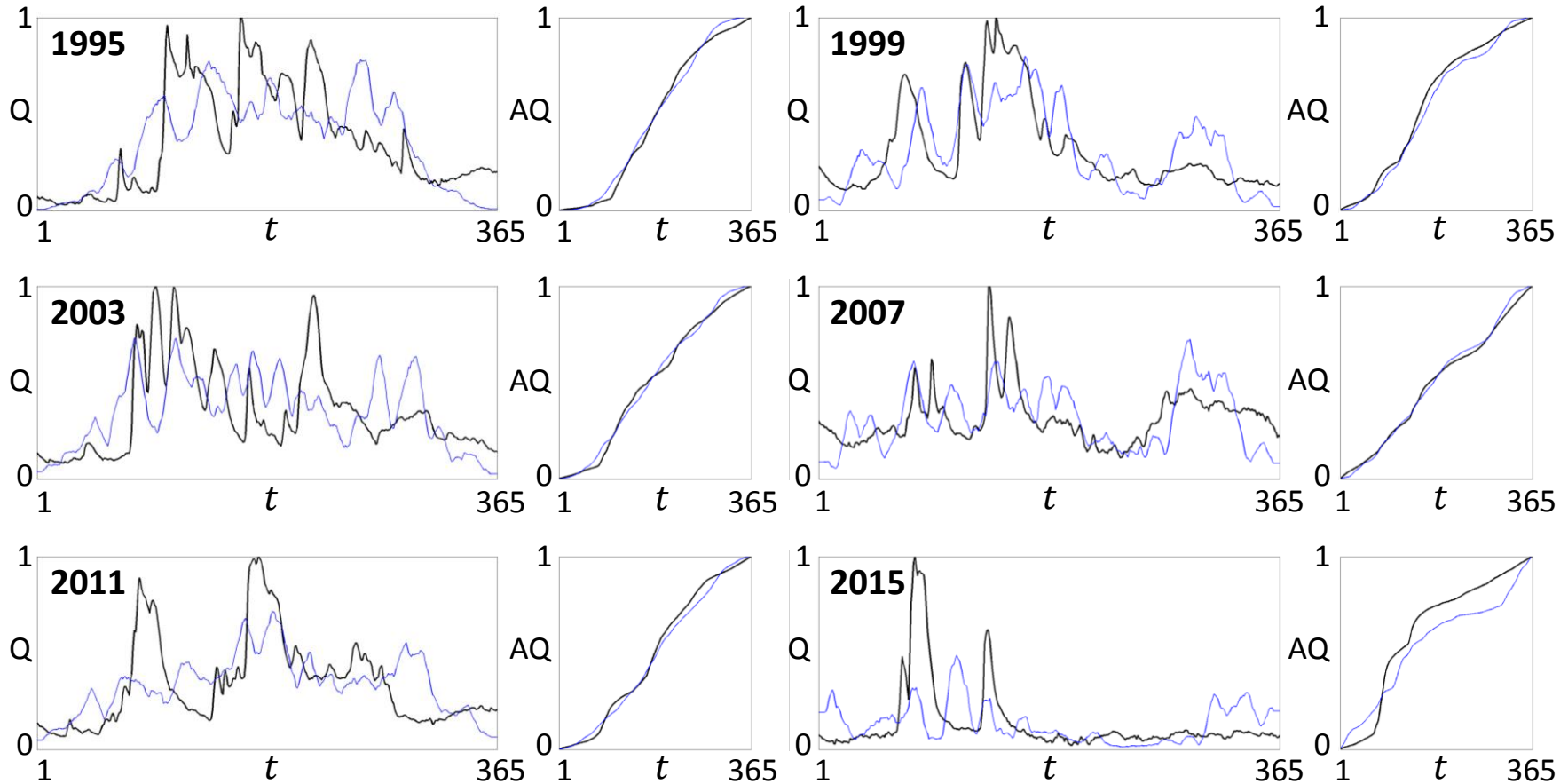


$(2.7 \pm 1.4\%, 5.5 \pm 2.7\%)$ en 22 casos

$(1.4 \pm 0.5\%, 3.4 \pm 1.1\%)$ en 22 casos

Predicciones en el río Sacramento

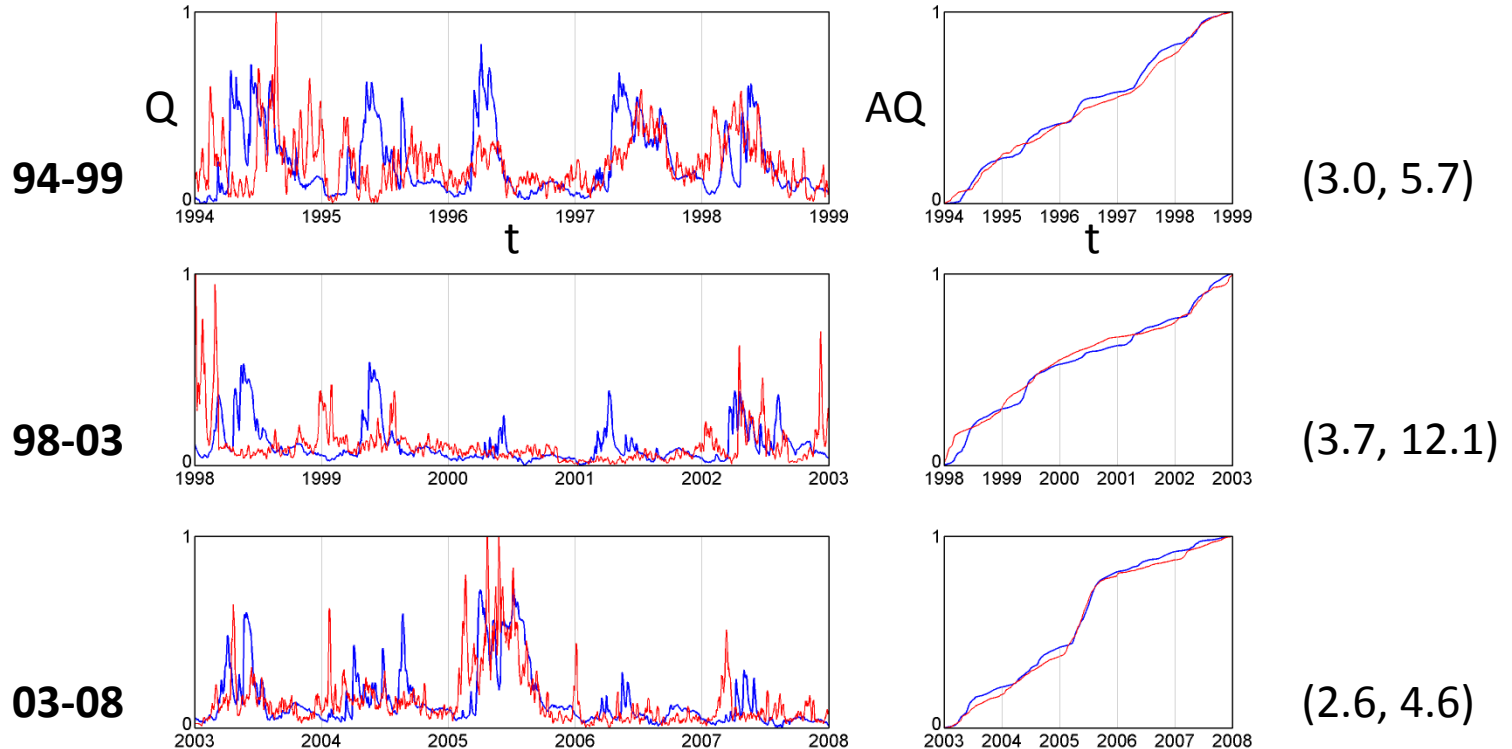
(datos anuales, **redes neuronales: FM & valores mensuales**)



$(3.6 \pm 1.8\%, 7.6 \pm 2.7\%)$ en 26 casos

Predicciones en el río Sacramento

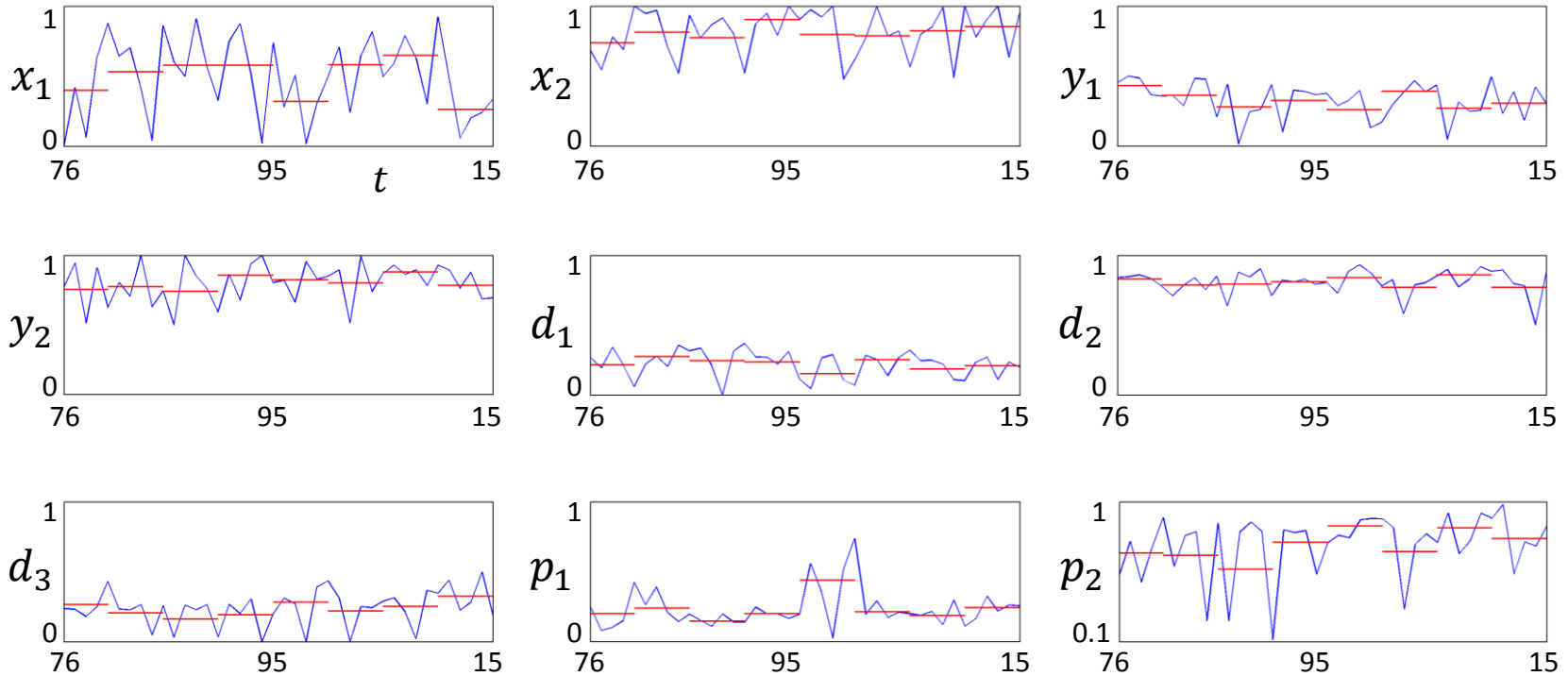
(datos cada 5 años, redes neuronales: FM)



($3.4 \pm 0.8\%$, $9.2 \pm 4.0\%$) en 15 casos
errores similares a los hallados a nivel anual (!)

La dinámica FM en el río Magdalena

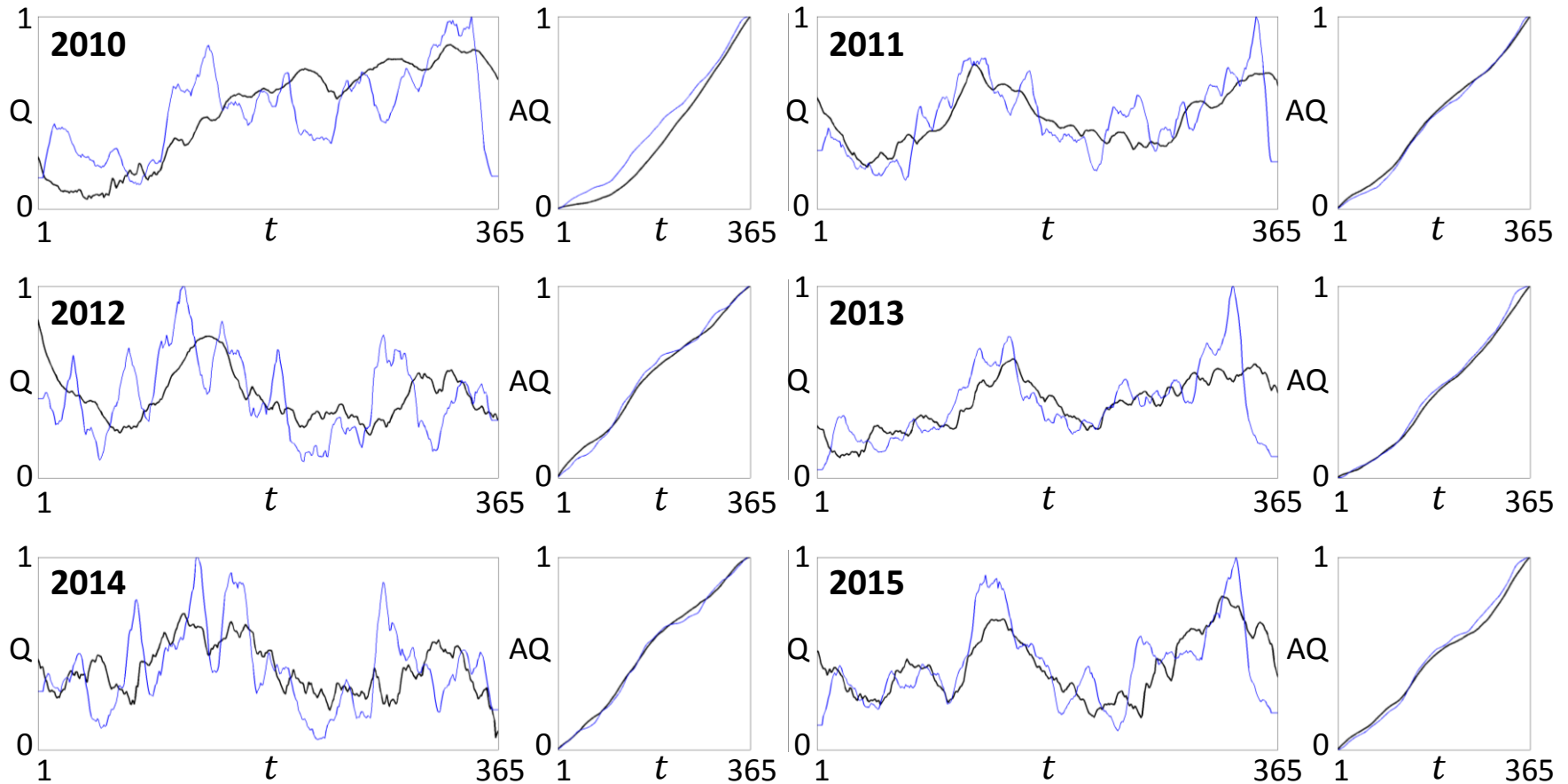
(1976 – 2015, por años; promedios cada 5 años)



de nuevo, hay un **variación** en el tiempo que luce **aleatoria**
no se aprecian tendencias **geométricas** del pasado al futuro

Predicciones en el río Magdalena

(datos anuales, redes neuronales: FM & valores mensuales)



$(3.1 \pm 2.3\%, 5.1 \pm 2.2\%)$ en 6 casos

Fuera de la cueva

- Las ideas Platónicas proveen un lenguaje determinista compacto que permite **modelar** series de caudales de una forma razonable.
- Las nociones complementan otros procedimientos empleados para **simular** y **desagregar** información.
- Es posible, en muchos casos, calcular **predicciones** fehacientes de la geometría de caudales futuros, **en su totalidad y con un año de anticipación**, empleando como base los parámetros FM del pasado y usando redes neuronales.
- Esta aplicación, debidamente probada en otros lugares –y requiriendo por problema inverso de alrededor de 3 horas de CPU por año de datos– bien puede ser útil en la planeación de recursos hídricos.